

# **BIOMECHANICS**

**JAN ŠVEC**

**Department of Experimental Physics,  
Faculty of Science,  
Palacký University Olomouc, CZ**

# **BIOMECHANIKA**

**JAN ŠVEC**

**Katedra experimentální fyziky, Př.F.,  
Univerzita Palackého v Olomouci**

# **What are the course topics?**

**Introduction to the biomechanics of the human musculoskeletal system (textbook M. Janura, FTK UP: Úvod do biomechaniky pohybového systému člověka )**

**Introduction to biomechanics of voice and hearing**

**Examples of sports biomechanics**

# **Co bude probráno?**

**Úvod do biomechaniky pohybového systému člověka  
(skripta M. Janura, FTK UP)**

**Základy biomechaniky hlasu a sluchu**

**Nástin sportovní biomechaniky**

# Požadavky

- 1) Povinná účast na cvičeních (tolerovány maximálně 2 neomluvené neúčasti).
- 2) Získání alespoň poloviny možných bodů z testů z probrané látky (budou zpravidla po dvou týdnech).
- 3) Úspěšné vypracování všech zadaných cvičení (domácí úlohy) – budou postupně zveřejňovány na webovské stránce:  
<http://sites.google.com/site/jangsvec>
- 4) Složení závěrečné ústní zkoušky

## ***Poznámky:***

*Z praktických důvodů budete ve cvičeních využívat vlastní laptopy.*

Probrané slidy a úkoly pro cvičení budou postupně zveřejňovány na webovské stránce: <http://sites.google.com/site/jangsvec>

# Requirements

- 1) **Mandatory attendance at exercise sessions.** (A maximum of 2 unexcused absences is tolerated).
- 2) **Earning at least half of the possible points from tests on the covered material** (tests will usually take place every two weeks).
- 3) **Successful completion of all assigned exercises (homework) – they will be published gradually on the website**  
<http://sites.google.com/site/jangsvec>
- 4) **Passing the final oral exam**

## ***Notes:***

*For practical reasons, you will use your **own laptops** during exercise sessions.*

The covered slides and exercise assignments will be **gradually published on the website:** <http://sites.google.com/site/jangsvec>

# Co je biomechanika?

**Interdisciplinární obor.**

**Mechanika aplikovaná v biologii (Fung 1981)**

**Mechanika se věnuje analýze dynamických systémů (studuje vlastnosti hmotných objektů, účinky sil na ně a jejich pohyb).**

**Biomechanika se snaží pochopit mechaniku živých systémů**

**EXISTUJE MNOHO ODVĚTVÍ BIOMECHANIKY, např:**

**Lékařská biomechanika**

**Biomechanika hlasu, řeči a sluchu**

**Sportovní biomechanika**

**Kriminalistická biomechanika**

**Biomechanika živočichů, rostlin**

# What is biomechanics?

**An Interdisciplinary field.**

**Mechanics applied in biology (Fung 1981)**

**Mechanics is devoted to analysis of dynamical systems (studying the properties of material objects, the effects of forces on them and their movement).**

**Biomechanics aims at understanding the mechanics of living objects**

**THERE ARE MANY BRANCHES OF BIOMECHANICS, such as:**

**Medical biomechanics**

**Biomechanics of voice, speech and hearing**

**Sports biomechanics**

**Forensic biomechanics**

**Biomechanics of animals and plants**

# APLIKACE BIOMECHANIKY:

**Lékařství:** Klinické problémy kardiovaskulárního systému, protézy srdečních chlopní, přístroje pro mimotělní krevní oběh, diagnostická analýza tepenních pulsů, proudění krve, biomechanismy poranění orgánů, umělé náhrady končetin a kloubů (biomedicínské inženýrství), pomůcky pro tělesně postižené (invalidní vozíky, postele), metody monitorování funkce orgánů

**Bezpečnost a zdraví:** stanovení bezpečnostních kritérií, bezpečnost pracovních pomůcek, ochrana lidí v dopr. prostředcích (bezpečnostní pásy, mechanismy pro zmírnění nárazu, ochrana proti vibracím...), metody preventivních vyšetření páteře

**Sport:** analýza úkonů a pomůcky pro maximální výkon (běh, skok, hod, plavání, veslování, lyžování,...)

**Hlas:** činnost hlasového ústrojí, vlastnosti hlasivek a tkání hrtanu, mechanismus kmitání hlasivek, pochopení mechanismů zpěvu, pochopení mechanismů poruch hlasu, nalezení bezpečnostních kritérií pro hlasové profesionály, zlepšení chirurgických metod pro hlasové poruchy, modely tvorby hlasu a řeči pro inteligentní (počítačové) aplikace atd.

# APPLICATIONS OF BIOMECHANICS:

**Medicine:** Clinical problems of the cardiovascular system, heart valve prostheses, devices for extracorporeal circulation, diagnostic analysis of the arterial pulses, blood flow, biomechanics of organ injury, artificial joints and limbs (biomedical engineering), disability aids (wheelchairs, beds), methods for monitoring organ functions

**Safety and health:** establishing safety criteria safety of work equipment, the protection of people in transportation devices (seat belts, mechanisms to mitigate the impact, vibration protection ...) methods of spine screening

**Sport:** Analysis of activities and aids for maximum performance (running, jumping, throwing, swimming, rowing, skiing, ...)

**Voice:** activity of vocal organs, properties of the vocal folds and tissues of the larynx, vocal fold vibration mechanisms, understanding the mechanisms of singing, understanding the mechanisms of voice disorders, finding safety criteria for voice professionals, improvement of surgical techniques for voice disorders, models of voice and speech for intelligent (computer) applications etc.

# ÚVOD DO BIOMECHANIKY POHYBOVÉHO SYSTÉMU ČLOVĚKA

Zdroj: Stejnojmenné skriptum Fakulty tělesné kultury  
UP v Olomouci

Autor: Miroslav Janura

Elektronická verze: Janura, M., & Bizovská, L. (2023).  
*Biomechanika: pohybový systém. Univerzita  
Palackého, Fakulta tělesné kultury.*  
<https://www.skoladiagnostiky.sk/pohybovy-system/>

# INTRODUCTION TO BIOMECHANICS OF HUMAN MOTION SYSTEM

Source:

Scriptum from the Faculty of Physical Culture,  
Palacký University Olomouc (in Czech) by M. Janura  
(Úvod do biomechaniky pohybového systému člověka)

Enoka RM. Neuromechanics of Human Movement-  
1st Edition. Champaign, IL: Human Kinetics  
Publishers, 1994.

# **Určení základních parametrů lidského těla a jeho segmentů**

**Antropometrické a fyzikální charakteristiky lidského těla  
a jeho částí – segmentů (strukturální základ pohybového  
aparátu)**

**Získané údaje jsou často pouze přibližné**

**Délkové parametry – chyby lze dostatečně eliminovat**

**Hmotnostní parametry – složitější, často nelze pracovat  
klasickým vážením**

**Základní rozpor biomechaniky: na tělesa, která nejsou  
dokonale tuhá, se aplikují zákonitosti platné pro  
dokonale tuhá tělesa**

# 1st topic: Determination of basic parameters of human body and its segments

Knowledge of anthropometric and physical characteristics of the human body and its parts - segments (structural basis of the motion apparatus)

Often, the data obtained are only approximate

Length parameters - errors can be sufficiently eliminated

Mass parameters – complicated to obtain, often impossible to obtain by classic weighing

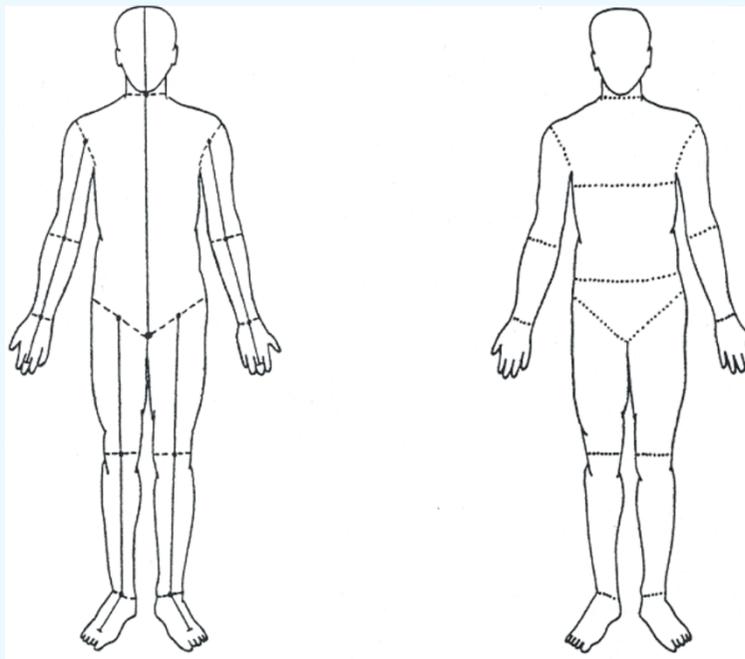
Basic problem of biomechanics: laws derived for rigid bodies are applied to non-rigid materials

# Jakým způsobem lze tělo rozdělit na jednotlivé části?

Nejčastěji je v biomechanice používán 14ti-segmentový model lidského těla:

- 1) Hlava a krk
- 2) Trup (podrozdělení na horní, střední a spodní díl)
- 3,4) Levá a pravá paže/nadloktí
- 5,6) Levé a pravé předloktí
- 7,8) Levá a pravá ruka
- 9,10) Levé a pravé stehno
- 11,12) Levý a pravý bércec
- 13,14) Levá a pravá noha

Pro detailnější studie jsou používána jemnější podrozdělení



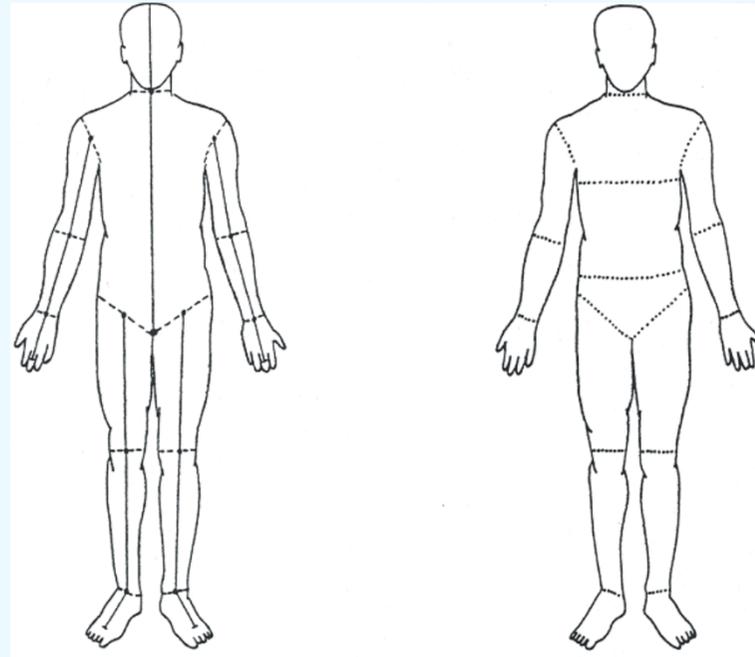
Rozdělení těla na jednotlivé segmenty (Enoka, 1994)

# How can the body be divided into individual segments?

The most often used model in biomechanics: 14-segment model of the human body:

- 1) Head and neck
- 2) Trunk (sometimes subdivided into the top, middle and bottom parts)
- 3,4) Left and right upper arm
- 5,6) Left and right forearm
- 7,8) Left and right hand
- 9,10) Left and right thigh
- 11,12) Left and right shank (calf)
- 13,14) Left and right foot

For more detailed studies, finer subdivision are used



Division of human body into individual segments (Enoka, 1994)

# Hmotnost segmentů lidského těla

První údaje - určeny na základě vážení u zemřelých jedinců  
(19. století)

Významné rozpětí hodnot – vliv pohlaví, věku, původu,  
zaměstnání atd.

Přesnější je určení **Relativní hmotnosti segmentu** ( $Rm_S$ )  
vůči hmotnosti celého těla ( $m_T$ ):

$$Rm_S = m_S / m_T$$

Nejčastěji jsou používány údaje Sušanky (1980),  
kompilované z více zdrojů:

# Masses of human body segments

First data - determined by weighting of deceased individuals  
(19th century)

Considerable variability of values - influence of gender, age,  
ethnicity, occupation etc.

Better accuracy - **relative segmental mass** ( $Rm_s$ ) – obtained  
by dividing the mass of the segment  $m_s$  by the mass of the  
entire body ( $m_T$ ):

$$Rm_s = m_s / m_T$$

In CZ, Sušanka (1980), compiled data from several sources:

# Relativní hmotnost segmentů lidského těla

(Sušanka, 1980)

<i>Segment</i>	<i>Sušanka, 1980</i>	<i>Variační rozpětí u publikovaných údajů</i>
Hlava	0,074	0,0568 – 0,0886
Trup	0,448	0,4028 – 0,5070
Stehno	0,124	0,0970 – 0,1473
Bérec	0,046	0,0399 – 0,0530
Noha	0,016	0,0114 – 0,0210
Nadloktí / paže	0,029	0,0259 – 0,0336
Předloktí	0,017	0,0153 – 0,0228
Ruka	0,007	0,0054 – 0,0100

# Relative segmental mass for the segments of human body

(Sušanka, 1980)

<i>Segment</i>	<i>Mean value</i>	<i>Variability in published data</i>
Head (hlava)	0,074	0,0568 – 0,0886
Trunk (trup)	0,448	0,4028 – 0,5070
Thigh (stehno)	0,124	0,0970 – 0,1473
Shank, calf (bérec)	0,046	0,0399 – 0,0530
Foot (noha)	0,016	0,0114 – 0,0210
Upper arm (nadloktí, paže)	0,029	0,0259 – 0,0336
Lower arm (předloktí)	0,017	0,0153 – 0,0228
Hand (ruka)	0,007	0,0054 – 0,0100

# ÚLOHA:

Jaká je přibližná hmotnost paže u člověka vážícího 70 kg? (podle středních Sušankových údajů)

Jaké je možné rozpětí této hmotnosti a jaké chybě (v procentech hmotnosti paže) to odpovídá? (Vyjdi z uvedené variability údajů v tabulce.)

# TASK:

What is the approximate mass of an upper arm in a human of 70 kg weight? (using mean values from Sušanka data)

What is the possible variability of this mass and what is the corresponding possible error (in percentage of the mass of the arm)? (Use the information on the variability of the data from the table of Sušanka.)

# ŘEŠENÍ:

Jaká je přibližná hmotnost nadloktí u člověka vážícího 70 kg?

$$m_p = 0.029 * m_T = 0.029 * 70 = 2.03 \text{ kg}$$

Jaká je možná chyba této hmotnosti? (podle odchylky od středních Sušankových údajů)

$$m_p = (0,0259 - 0,0336) * m_T = 1.813 - 2.352 \text{ kg}$$

Chyba v procentech:

$$[(2.352 - 2.03) / 2.03] * 100 = 15.86\%$$

$$[(1.813 - 2.03) / 2.03] * 100 = -10.69\%$$

K zamyšlení: proč asi nejsou tyto dvě chyby stejné?

# SOLUTION:

What is the approximate mass of an upper arm in a human of 70 kg weight?

$$m_p = 0.029 * m_T = 0.029 * 70 = 2.03 \text{ kg}$$

What is the possible variability of this mass?

$$m_p = (0,0259 - 0,0336) * m_T = 1.813 - 2.352 \text{ kg}$$

In percent:

$$[(2.352 - 2.03) / 2.03] * 100 = 15.86\%$$

$$[(1.813 - 2.03) / 2.03] * 100 = -10.69\%$$

Think: why the deviations up and down are not the same?

# Hmotnost segmentů lidského těla

Alternativní nepřímá metoda: Radioizotopická (Zaciorský & Selujanov, 1972)

Na základě velikosti úbytku záření (nízké intenzity) při jeho průchodu segmentem těla byly vypočítány koeficienty (tab. 2, Janura, str.12) , které umožňují výpočet hmotnosti segmentu podle vztahu

$$m_i = B_0 + B_1 \cdot x_1 + B_2 \cdot x_2 ,$$

kde  $m_i$  je hmotnost i-tého segmentu;  $x_1$  je celková hmotnost těla v kg;  $x_2$  je tělesná výška v cm;  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  jsou koeficienty získané z regresních rovnic.

# The mass of segments of the human body

An alternative indirect method: Radioisotopic observations  
(Zaciorskij & Selujanov, 1972)

Coefficients obtained based on absorption of (low intensity) radiation passing through the body segment, (Tab. 2, Janura, p.12). These coefficients allow calculation of the segmental mass using the relationship

$$m_i = B_0 + B_1 \cdot x_1 + B_2 \cdot x_2 ,$$

where  $m_i$  is the mass of the  $i$ -th segment,  $x_1$  is the overall body weight in kg,  $x_2$  is body height in cm, and  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  are coefficients obtained from regression equations.

# Regresní koeficienty pro výpočet hmotnosti segmentů lidského těla

(Zaciorský & Selujanov, 1972) (tab. 2, Janura, str.12)

<i>Segment</i>	$B_0$ [kg]	$B_1$	$B_2$ [kg.cm <sup>-1</sup> ]	$r$	$\sigma$ [kg]
Hlava	1,296	0,0171	0,0143	0,591	0,322
Trup					
horní část	8,2144	0,1862	-0,0584	0,798	1,142
střední část	7,181	0,2234	-0,0663	0,828	1,238
dolní část	-7,498	0,0976	0,04896	0,743	1,020
Stehno	-2,649	0,1463	0,0137	0,891	0,721
Bérec	-1,592	0,03616	0,0121	0,872	0,219
Noha	-0,829	0,0077	0,0073	0,702	0,101
Nadloktí	0,250	0,03012	-0,0027	0,834	0,178
Předloktí	0,3185	0,01445	-0,00114	0,786	0,101
Ruka	-0,1165	0,0036	0,00175	0,516	0,0629

Regr. rovnice:  $m_i = B_0 + B_1 \cdot x_1 + B_2 \cdot x_2$

$r$  – koeficient korelace;  $\sigma$  – směrodatná odchylka regresních rovnic

# Regression coefficients for calculating segmental mass in human body

(Zaciorskij & Selujanov, 1972) (tab. 2, Janura, p.12)

<i>Segment</i>	$B_0$ [kg]	$B_1$	$B_2$ [kg.cm <sup>-1</sup> ]	$r$	$\sigma$ [kg]
Head	1,296	0,0171	0,0143	0,591	0,322
Trunk					
upper part	8,2144	0,1862	-0,0584	0,798	1,142
middle part	7,181	0,2234	-0,0663	0,828	1,238
lower part	-7,498	0,0976	0,04896	0,743	1,020
Thigh	-2,649	0,1463	0,0137	0,891	0,721
Shank	-1,592	0,03616	0,0121	0,872	0,219
Foot	-0,829	0,0077	0,0073	0,702	0,101
Upper arm	0,250	0,03012	-0,0027	0,834	0,178
Lower arm	0,3185	0,01445	-0,00114	0,786	0,101
Hand	-0,1165	0,0036	0,00175	0,516	0,0629

Regr. equation:  $m_i = B_0 + B_1 \cdot x_1 + B_2 \cdot x_2$

$r$  – correlation coefficient;  $\sigma$  – standard deviation of regression equations

# ÚLOHA:

Jaká je přibližná hmotnost paže u člověka vážícího 70 kg, měřícího 180 cm? (podle regresních rovnic)

Jaké je možné rozpětí této hmotnosti a jaké chybě (v procentech hmotnosti paže) to odpovídá? (podle regresních rovnic)

# TASK:

What is the approximate mass of an upper arm of a man weighing 70 kg and measuring 180 cm?  
(according to regression equations)

What is the possible variability range of the mass and to what error does it correspond (in percent)?  
(according to regression equations)

# ŘEŠENÍ:

Jaká je přibližná hmotnost paže ( $m_P$ ) u člověka vážícího 70 kg ( $m_T$ ), měřícího 180 cm ( $L_T$ )?

$$m_P = B_0 + B_1 \cdot m_T + B_2 \cdot L_T = 0.25 + 0.03012 \cdot 70 - 0.0027 \cdot 180 = 1.8724 \text{ kg}$$

Jaká je možná odchylka od této hmotnosti? (podle směrodatné odchylky rovnic, v Tabulce):

$$\sigma = 0.178 \text{ kg} \rightarrow m_P = 1.8724 \pm 0.178 \text{ kg} \rightarrow (1.6944 < m_P < 2.0504) \text{ kg}$$

Podle Gaussova rozložení odchylka o  $\pm\sigma$  odpovídá pouze 68% intervalu spolehlivosti

# SOLUTION:

What is the approximate weight of the upper arm ( $m_{UA}$ ) in humans weighing 70 kg ( $m_T$ ), measuring 180 cm ( $L_T$ )?

$$m_{UA} = B_0 + B_1 \cdot m_T + B_2 \cdot L_T = 0.25 + 0.03012 \cdot 70 - 0.0027 \cdot 180 = 1.8724 \text{ kg}$$

What is the possible deviation from this weight? (standard deviation according to equations in the table):

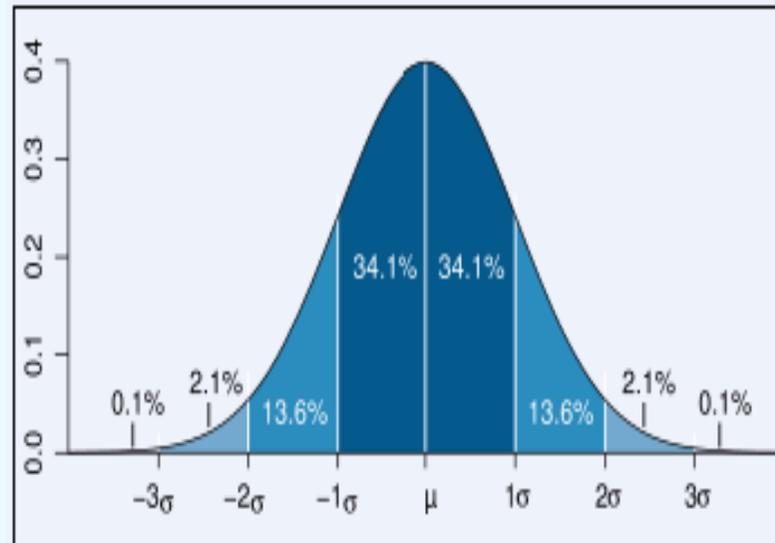
$$\sigma = 0.178 \text{ kg} \rightarrow m_{UA} = 1.8724 \pm 0.178 \text{ kg} \rightarrow (1.6944 < m_{UA} < 2.0504) \text{ kg}$$

Note: Gaussian distribution with a standard deviation of  $\pm\sigma$  corresponds to only 68% confidence interval

# Normální rozložení hodnot (Gaussova funkce)

**Směrodatná odchylka a interval spolehlivosti (Standard deviation and confidence intervals) :**

- Empirické pravidlo“ neboli Pravidlo 68-95-99.7”
- V rozmezí 1 směrodatné odchylky je přibližně 68% hodnot (68% interval spolehlivosti)
- V rozmezí 2 směrodatných odchylek je přibližně 95% hodnot (95% interval spolehlivosti)
- V rozmezí 3 směrodatných odchylek je přibližně 99.7% hodnot (99.7% interval spolehlivosti)



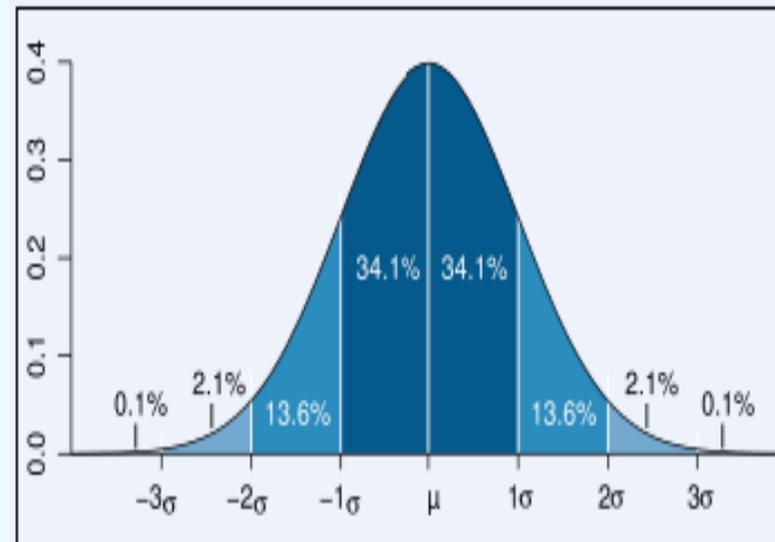
# Normal distribution of values (Gaussian distribution)

**Standard deviation (SD) and  
confidence interval (CI) :**

Rule of thumb ->

Rule “68-95-99.7”

- Within 1 standard deviation there are approximately 68% of measured values (68% confidence interval)
- Within 2 standard deviations there are approximately 95% of measured values (95% CI)
- Within 3 standard deviations there are approximately 99.7% of measured values (99.7% CI)



# ŘEŠENÍ:

Jaká je přibližná hmotnost paže ( $m_p$ ) u člověka vážícího 70 kg ( $m_T$ ), měřícího 180 cm ( $L_T$ )?

$$m_p = B_0 + B_1 \cdot m_T + B_2 \cdot L_T = 0.25 + 0.03012 \cdot 70 - 0.0027 \cdot 180 = 1.8724 \text{ kg}$$

Jaká je možná chyba této hmotnosti? (podle standardní odchylky rovnic, v Tabulce):

$$\sigma = 0.178 \text{ kg} \rightarrow m_p = 1.8724 \pm 0.178 \text{ kg} \rightarrow (1.6944 < m_p < 2.0504) \text{ kg}$$

Podle Gaussova rozložení odchylka o  $\pm\sigma$  odpovídá pouze 68% intervalu spolehlivosti

Pro 95% interval spolehlivosti použijeme  $\pm 2\sigma = \pm 0.356 \text{ kg} \rightarrow (1.5164 < m_p < 2.2284) \text{ kg}$

Což odpovídá možné percentuelní odchylce v hmotnosti paže:

$$[\pm 0.356 / 1.8724] \cdot 100 = \pm 19\%$$

# SOLUTION:

What is the approximate weight of the upper arm ( $m_{UA}$ ) in humans weighing 70 kg ( $m_T$ ), measuring 180 cm ( $L_T$ )?

$$m_{UA} = B_0 + B_1 \cdot m_T + B_2 \cdot L_T = 0.25 + 0.03012 \cdot 70 - 0.0027 \cdot 180 = 1.8724 \text{ kg}$$

What is the possible deviation from this weight? (standard deviation according to equations in the table):

$$\sigma = 0.178 \text{ kg} \rightarrow m_{UA} = 1.8724 \pm 0.178 \text{ kg} \rightarrow (1.6944 < m_{UA} < 2.0504) \text{ kg}$$

Gaussian distribution with a standard deviation of  $\pm\sigma$  corresponds to only 68% confidence interval.

For 95% confidence interval we use:

$$\pm 2\sigma = \pm 0.356 \text{ kg} \rightarrow (1.5164 < m_{UA} < 2.2284) \text{ kg}$$

In percent, this corresponds to:

$$[\pm 0.356 / 1.8724] * 100 = \pm 19\% \text{ (variability of the upper arm within 95\% CI)}$$

# Rozměry segmentů – délkové, šířkové a obvodové charakteristiky

Často lze určit přímo

Jeich měřením se zabývá speciální obor –  
antropometrie

U mnoha biomechanických úloh je znalost těchto  
rozměrů nezbytná

Přibližné určení – parametry vzhledem k tělesné výšce  
(Winter, 1990; Janura obr. 10)

# Size of segments: Length, width and circumference characteristics

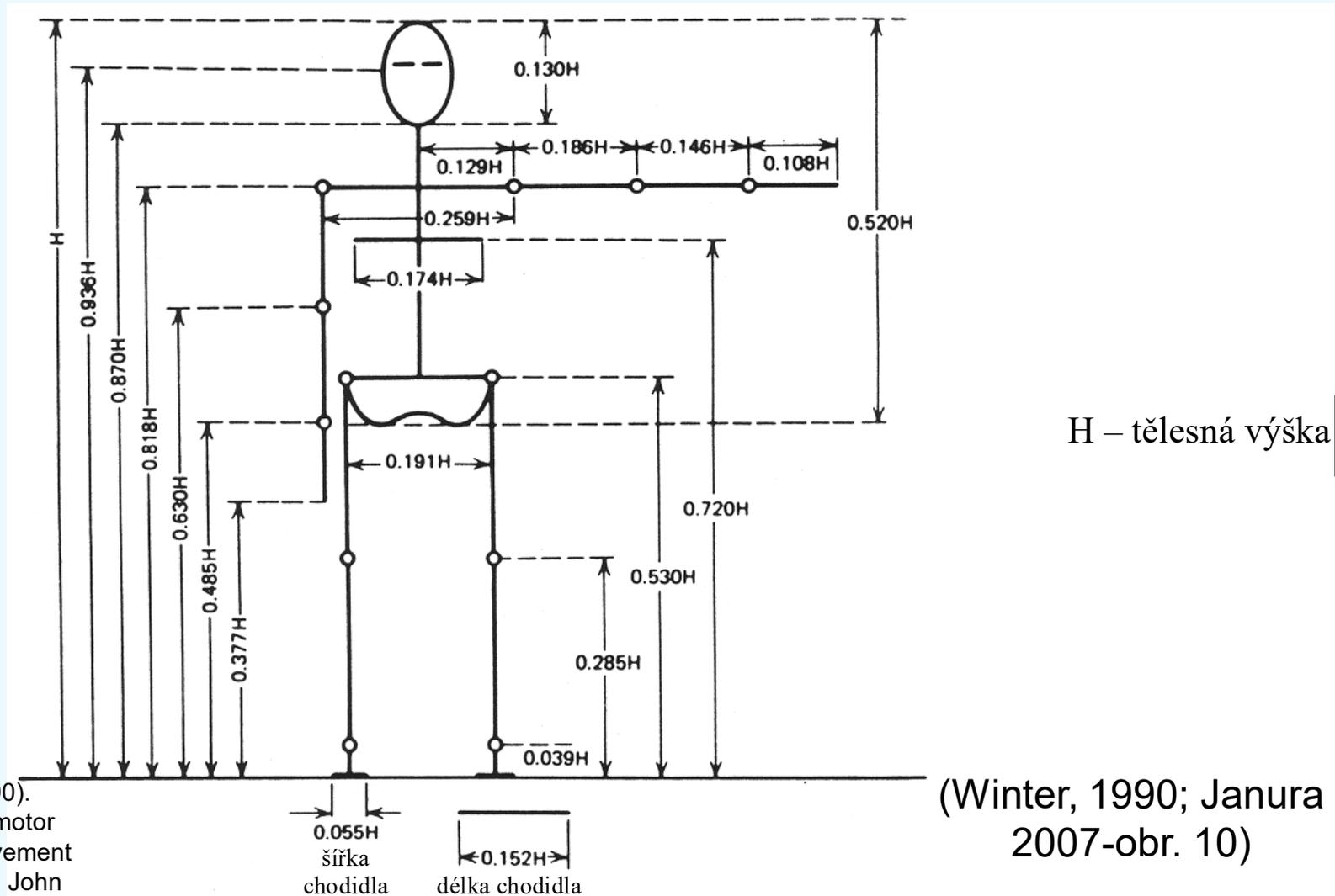
Often, these can be measured directly

There is a special field dealing with their measurement -  
**anthropometry**

Knowing these measures is essential for many  
biomechanical tasks

An approximate determination - parameters relative to  
body size (Winter, 1990; Janura Fig. 10)

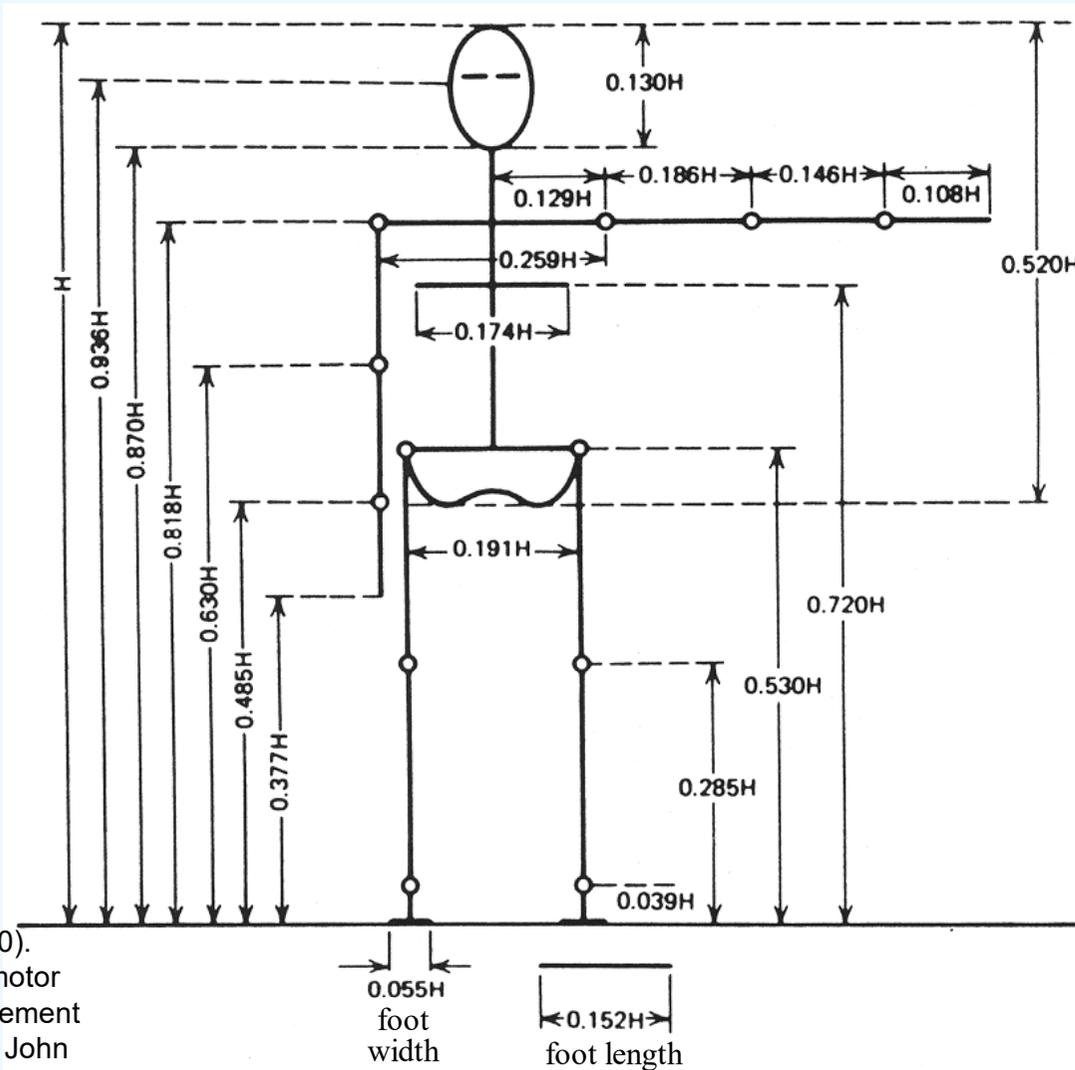
# Rozměry segmentů – délkové charakteristiky



Winter, D. A. (1990).  
Biomechanics and motor  
control of human movement  
(2nd ed.). New York: John  
Wiley & Sons, Inc.

(Winter, 1990; Janura  
2007-obr. 10)

# Size of segments – length parameters

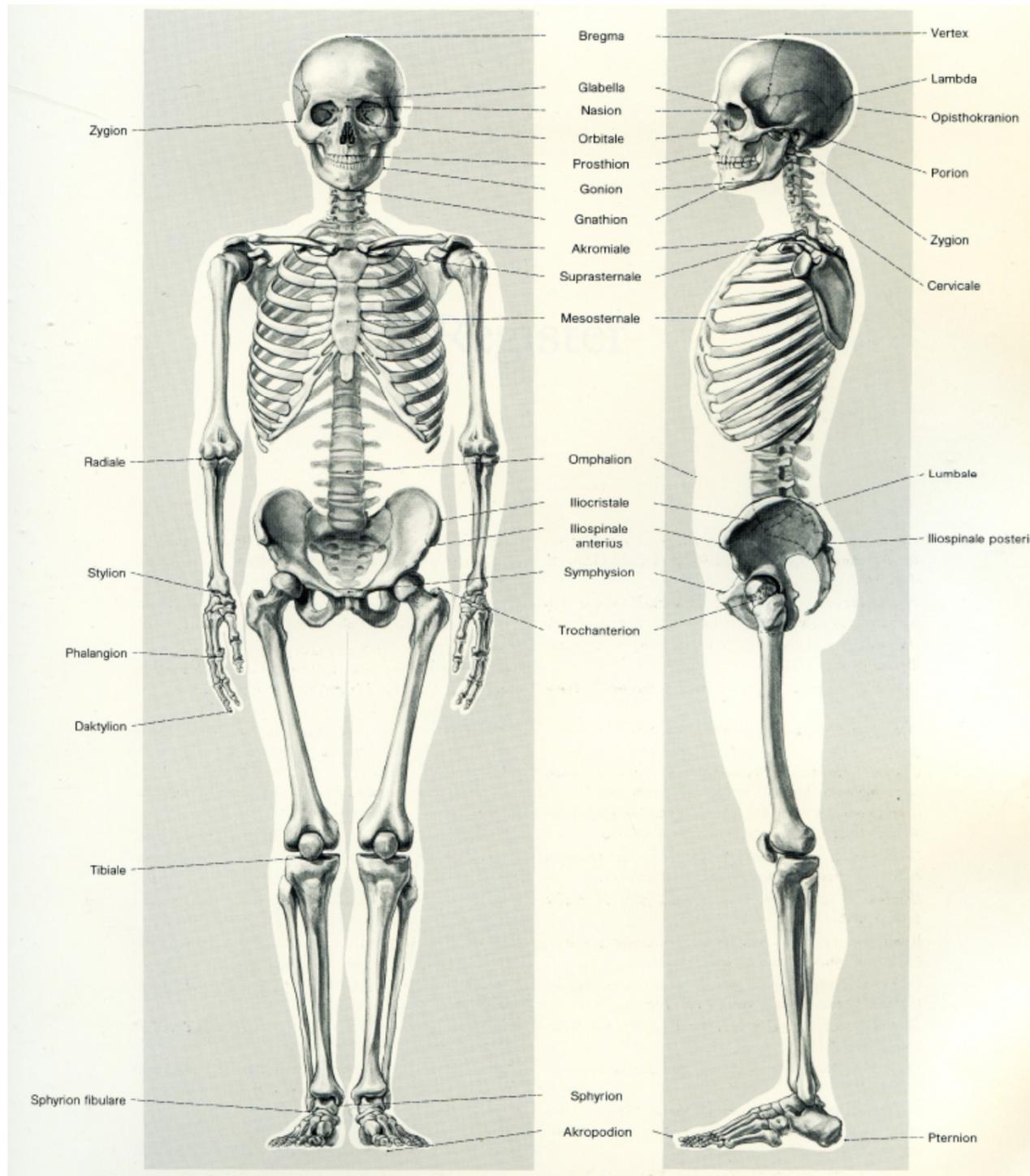


H – body height

Winter, D. A. (1990).  
Biomechanics and motor  
control of human movement  
(2nd ed.). New York: John  
Wiley & Sons, Inc.

(Winter, 1990; Janura  
2007, Fig. 10)

# Antropometrické body/ Anthropometric points



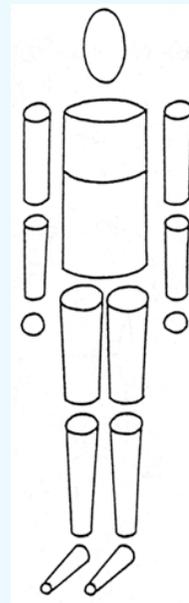
(Pernkopf 1956,  
obr. 403)

# Model lidského těla

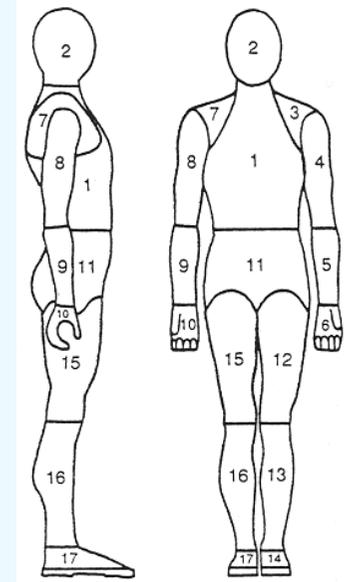
Lidské tělo je složité a získávání dat je náročné

Často jsou využívány zjednodušené modely (nahrazení segmentů jednoduchými geometrickými útvary, které lze dobře matematicky charakterizovat)

a)



b)

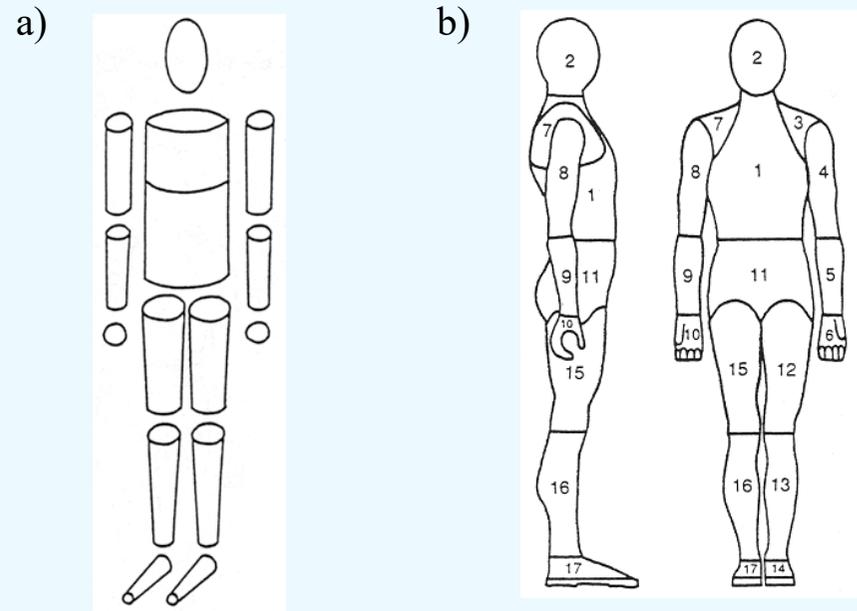


**Janura, Obr. 11** Hanavanův model lidského těla (a), Hatzeho hominoid (b) (Enoka, 1994)

# Model of the human body

Human body is a complicated structure and obtaining accurate data is demanding

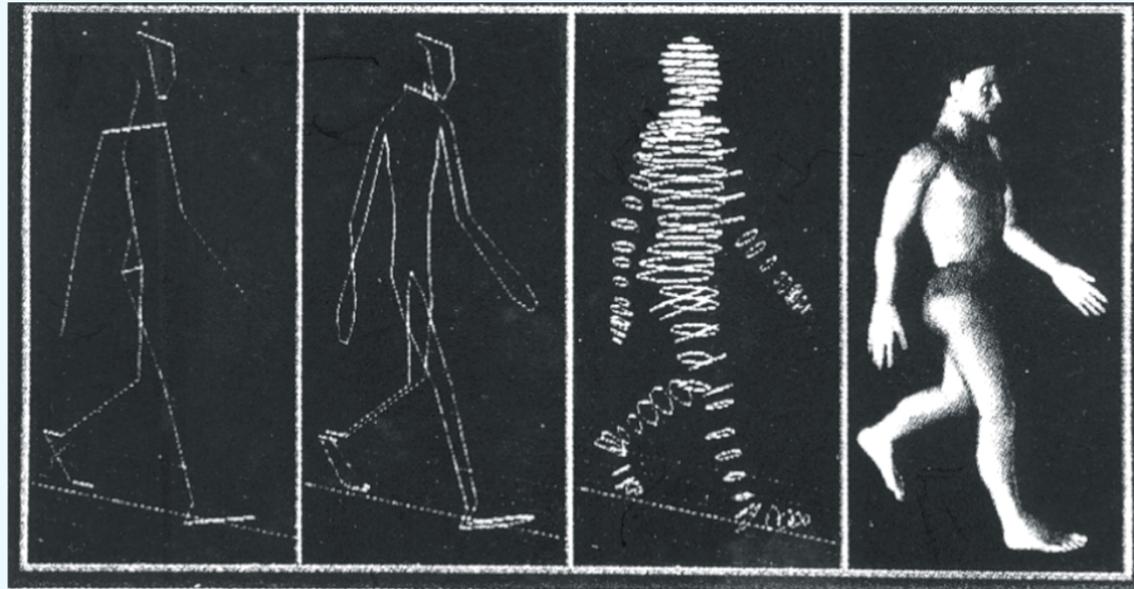
Often, simplified models are used (replacing segments with simple geometric structures that can easily be described mathematically)



**Janura, Fig. 11:** Hanavan's model of human body (a), Hatze's hominoid (b) (Enoka, 1994)

# Model lidského těla

V posledních letech nastal výrazný pokrok v technologii získávání dat a tvorby modelů – počítačová tomografie, magnetická rezonance, projekt Visible Human, rapid prototyping (3D tiskárny), vývoj software pro konečnoprvkové počítačové modely (ANSYS,...)

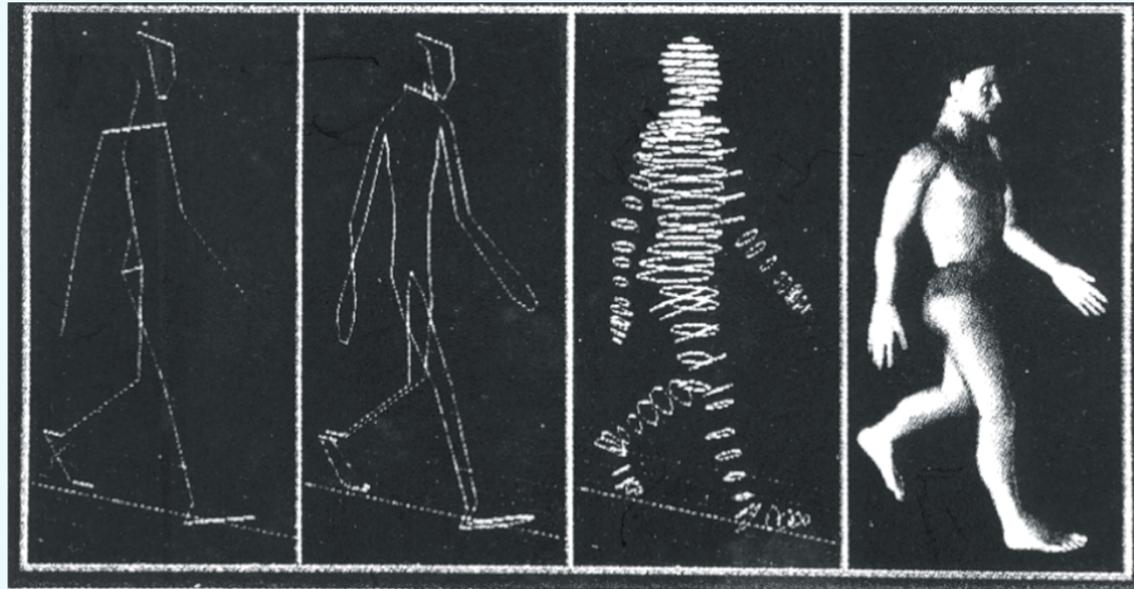


Janura, Obr. 12 Vývoj na příkladech grafického vyjádření pohybu těla (Allard, Stokes, & Bianchi, 1995)

# Models of human body

Recent years: significant progress in the technology of data acquisition and creation of models –

- computed tomography, magnetic resonance imaging, Visible Human Project, rapid prototyping (3D printing), development of software for finite element computer models (ANSYS, ...)



**Janura, Fig. 12** Development of models – examples of graphical representation of human body motion (from Allard, Stokes, & Bianchi, 1995)

# TĚŽIŠTĚ

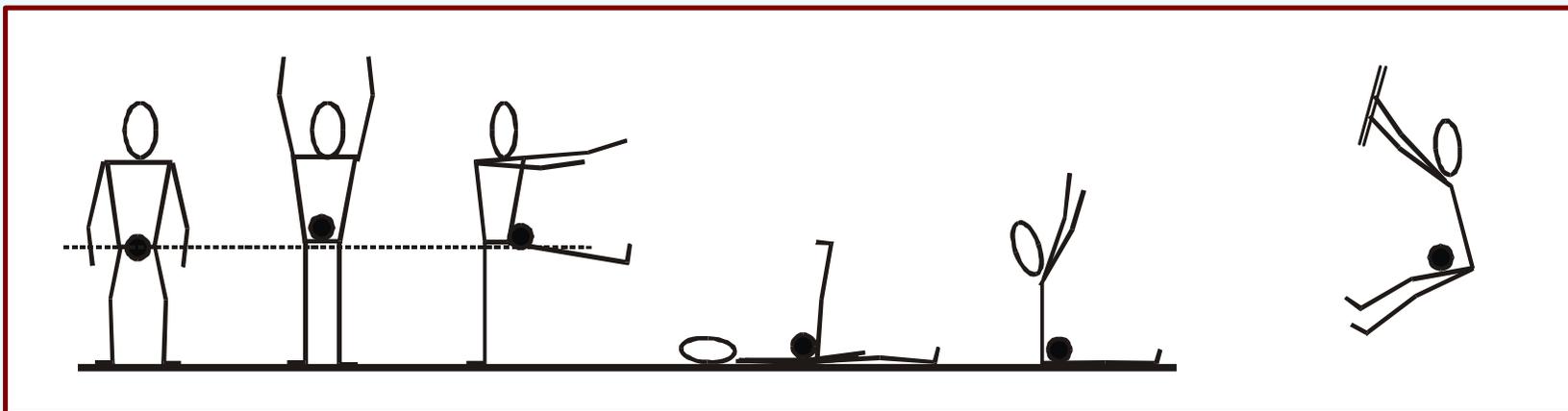
působíště tíhové síly, která působí na hmotné těleso

s těžištěm pracujeme když pohyb těla redukuje na pohyb hmotného bodu

v základním anatomickém postavení (stoj spojný se vzpřímenou hlavou, končetiny volně spuštěné podél těla, s dlaněmi obrácenými dopředu) se těžiště nachází v malé pánvi ve výšce druhého nebo třetího křížového obratle, asi 4-6 cm před promontoriem (pozn. promontorium = vyvýšení 1. předhoří, vyklenutí horní části křížové kosti v oblasti vchodu do malé pánve)

Se změnou vzájemné polohy jednotlivých segmentů se mění také umístění celkového těžiště lidského těla. Pro některé polohy těla leží těžiště mimo lidské tělo (Janura, obr. 13).

Celkové těžiště těla souvisí se stabilitou člověka v jednotlivých postojích a polohách.



# CENTER OF GRAVITY

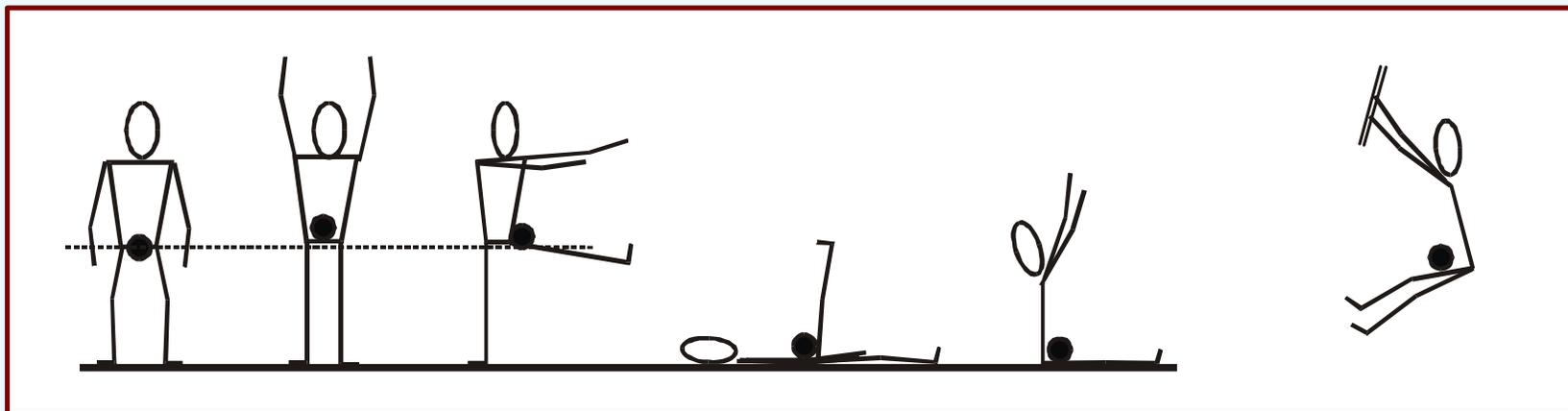
The point of action of gravitational force which acts on the physical body

Useful for reducing the body movement to motion of a single point

In basic anatomical position (standing upright with head upright, arms freely hanging along the body with palms facing forward) the center of gravity is located in the pelvis area at the height of second or third sacral vertebra, about 4-6 cm in front of the sacral promontory (note: sacral promontory = the most prominent anterior projection of the base of sacrum at the entrance to the small pelvis)

Change of mutual position of the individual body segments also changes the location of the center of gravity of the human body. For certain positions, the center of gravity can be located outside the human body (Janura, Fig. 13).

The overall center of gravity of the body is related to the stability of the human individual positions.



# TĚŽIŠTĚ

U mužů je těžiště většinou asi o 1-2 % výše než u žen

U dětí je těžiště umístěno relativně vysoko.

V průběhu růstu se mění poměr mezi velikostí hlavy, délkou trupu a délkou končetin – těžiště se v lidském těle posouvá směrem dolů.

Na rozdíl od tuhých těles je určení těžiště lidského těla a jeho dílčích segmentů složitým problémem. Proto často využíváme údaje, které byly získány experimentálně v dřívějším období.

# CENTER OF MASS (COM)

In men, the center of mass is generally about 1-2% higher than in women

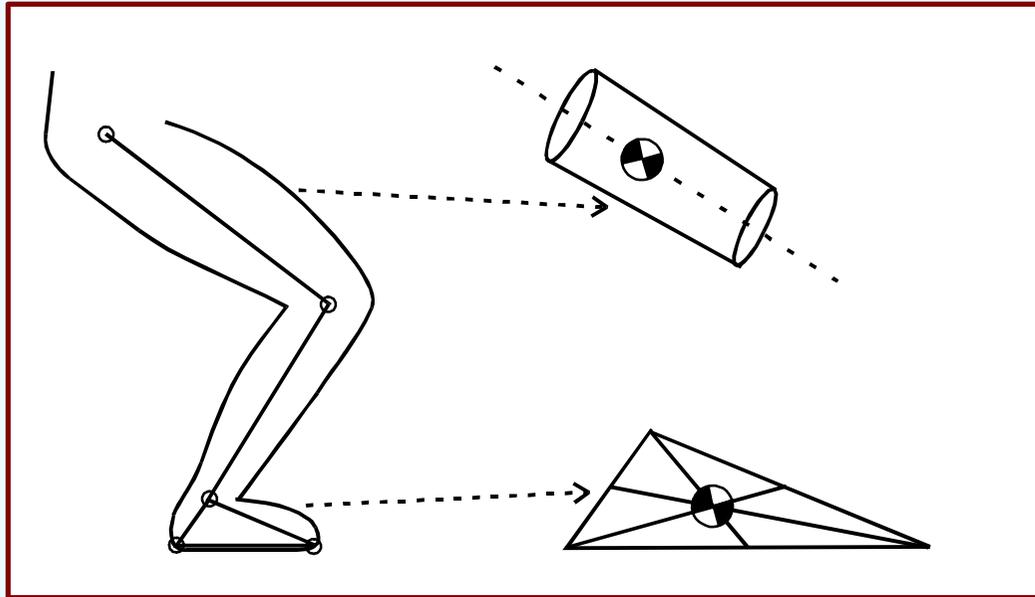
In children, the center of mass is located relatively high.

When growing up the ratio between the size of the head, length of the torso and legs changes - the center of mass of the body moves downward.

Unlike in solids, determining the center of mass of human body and its partial segments is a complex issue.

Therefore, often we use data obtained experimentally from earlier studies.

# Těžiště segmentů



**Obr. 14 (Janura):**  
Těžiště vybraných  
segmentů na dolní  
končetině

Těžiště zpravidla leží na ose segmentů; na úsečce s krajními body ve středech kloubů, ohraničujících segment

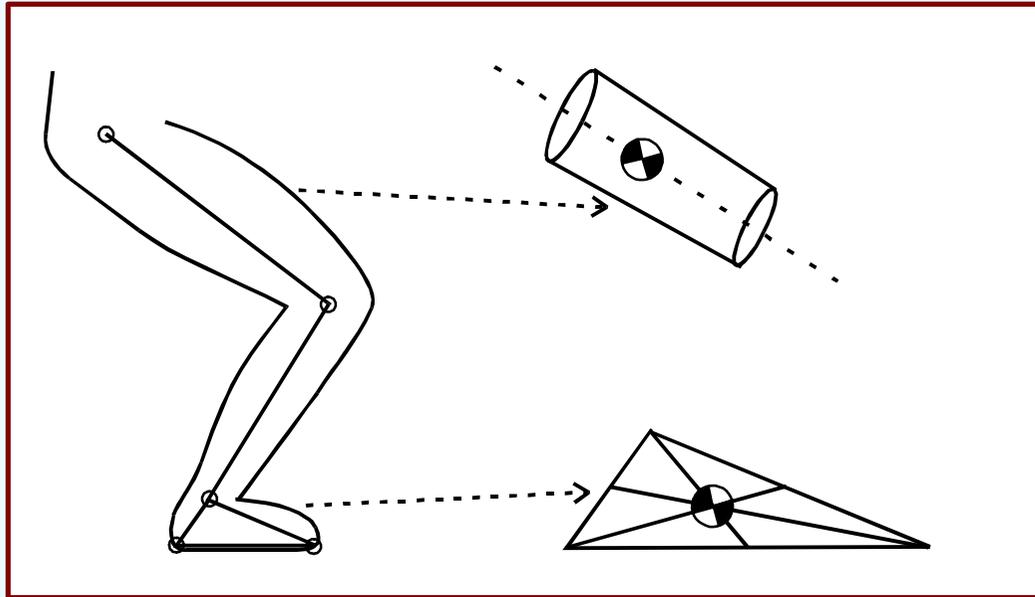
Bérec, noha a ruka: těžiště dělí segment v poměru 2:3 (menší část u proximálního konce segmentu)

Nadloktí, předloktí a stehno: těžiště dělí segment v poměru 4:5

Hlava a krk a trup: složitější problém, přibližně viz obr. 15, Janura.

Jestliže je segment nohy určen kromě hlezenního kloubu a „špičky“ také „patou“, je těžiště umístěno v těžišti trojúhelníku s vrcholy v těchto bodech (obr. 14).

# Centre of mass of segments



**Fig. 14 (Janura):**  
COMs of selected  
segments of the  
lower limb

COM normally lies on the segment axis. The segment axis is a line with its endpoints located at the centers of the articular joints bounding the segment

Lower leg, foot and hand: COM divides the segment with the ratio 2:3 (smaller portion is at the proximal end of the segment)

Upper arm, forearm and thigh: COM divides the segment with the ratio 4: 5

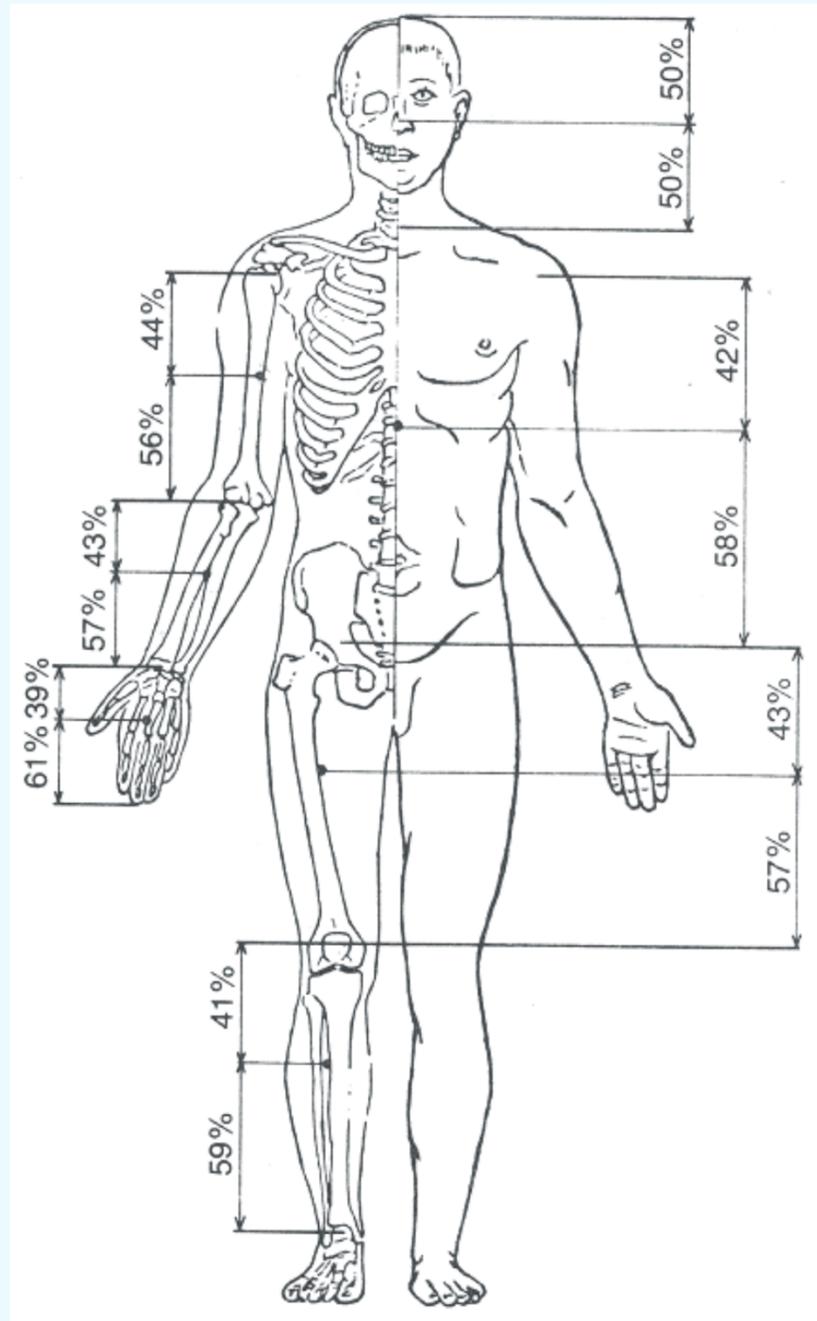
Head and neck, and torso: determining COM is more complicated, see e.g. Fig. 15 in Janura.

When the foot segment is defined, besides of the ankle joint also by the foot "tip" and "heel", its COM is located at the centroid of the triangle formed by these points (Fig. 14).

# Těžiště segmentů / Segmental centers of mass

**Obr. 15, Janura:** Procentuální vyjádření polohy těžišť segmentů lidského těla podle práce Sušanka (1980) in Karas et al. (1990).

**Fig. 15, Janura:** Expression of the location of COMs of human body segments in percent. After Sušanka (1980) in Karas et al. (1990) .



# Určení těžiště těla – analytická metoda

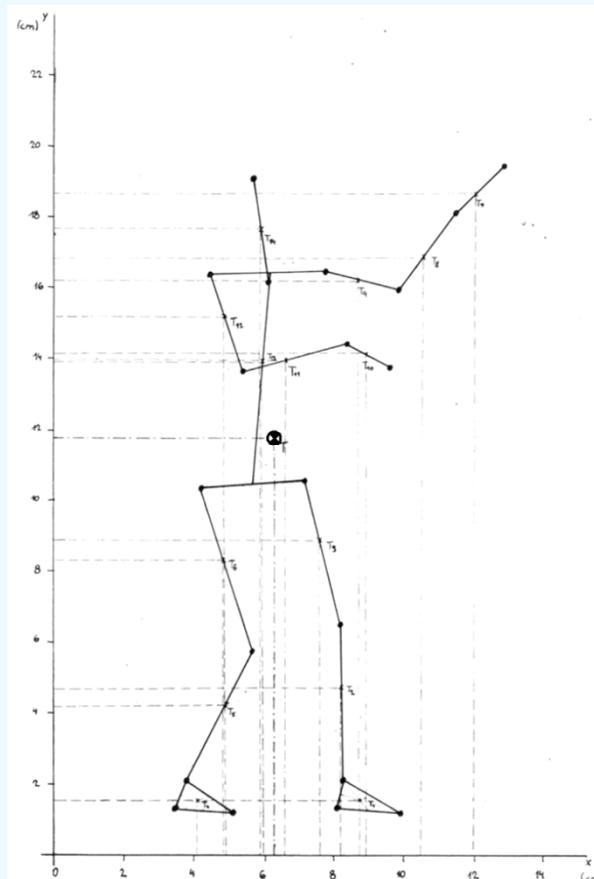
V současnosti nejvíce používaná metoda

Matematické algoritmy, které lze softwarově implementovat

Používána např. při analýze videozáznamů

Nejprve se určí těžiště všech segmentů a z nich se spočítá těžiště celého těla

**Obr. 17, Janura:** Určení těžiště těla analytickou metodou.



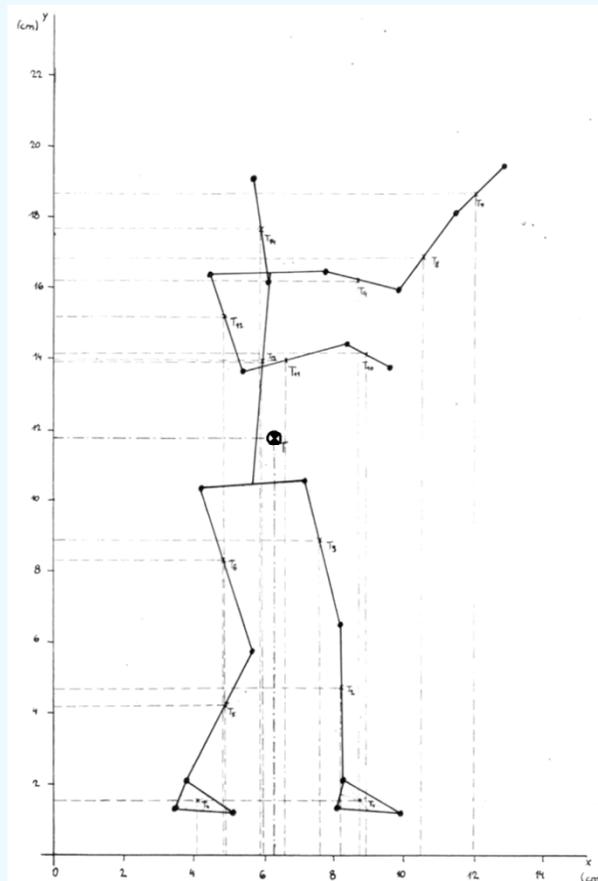
# Determining the center of mass (COM) of the body - Analytical method

Currently, the most frequently used method

Uses mathematical algorithms that can be implemented in software

Used eg. when analyzing video recordings

First, the COMs of all individual segments are determined to calculate the COM of the whole body



**Fig. 17, Janura:** Determining the whole body COG using the analytic method.

# Těžiště těla

Při určení těžiště vycházíme z následující úvahy (předpokládáme použití n-segmentového modelu):

1. Součet hmotností jednotlivých segmentů je roven celkové hmotnosti těla

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$$

2. Součet tíhových sil, které působí na segmenty, je roven tíhové síle, působící na celé tělo.

$$G_1 + G_2 + \dots + G_n = G$$

3. Součet momentů tíhových sil (vzhledem k danému bodu; zpravidla počátku soustavy souřadnic, do které umístíme záznam pohybové aktivity), které působí na jednotlivé segmenty, je roven celkovému momentu tíhové síly.

$$MG_1 + MG_2 + \dots + MG_n = MG$$

(pro moment tíhové síly platí:  $MG = m \cdot g \cdot r$ , kde  $m$  je hmotnost,  $g$  je tíhové zrychlení a  $r$  je rameno síly)

# The center of mass

To determine the center of mass of the whole body, we use the following considerations (assuming the n-segment model):

1. The sum of the weights of the segments is equal to the total body weight

$$m_1 + m_2 + \dots + m_n = m$$

2. The sum of gravitational forces acting on the segments is equal to the gravitational force acting on the entire body.

$$G_1 + G_2 + \dots + G_n = G$$

3. The sum of gravitational torques (momenty tíhových sil) (relative to a chosen point, normally to the zero of the coordinate system at which the motion starts), which act on the individual segments, is equal to the overall gravitational torque.

$$TG_1 + TG_2 + \dots + TG_n = TG$$

(for the gravitational torque it holds :  $TG = m * g * r$ , where  $m$  is mass,  $g$  is the gravity acceleration, and  $r$  is the arm of force (rameno síly))

# Těžiště těla

Pro osu x dostáváme rovnici (součet momentových sil):

$$m_1 \cdot g \cdot x_{T1} + m_2 \cdot g \cdot x_{T2} + \dots + m_{14} \cdot g \cdot x_{Tn} = m \cdot g \cdot x_T,$$

kde  $m$  – hmotnost těla v %,  $m = 100$  %,

$g$  – tíhové zrychlení,  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,

$m_1, m_2, \dots, m_n$  – relativní hmotnosti segmentů,

$x_{T1}, x_{T2}, \dots, x_{Tn}$  – x-ové souřadnice dílčích těžišť,

$x_T$  – x-ová souřadnice celkového těžiště.

Pro souřadnice celkového těžiště těla, které je určeno pomocí  $n$  segmentů, dostáváme:

$$x_T = \frac{\sum_{i=1}^n x_{Ti} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad y_T = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Ti} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad z_T = \frac{\sum_{i=1}^n z_{Ti} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

kde  $x_{Ti}, y_{Ti}, z_{Ti}$  – souřadnice dílčího těžiště  $i$ -tého segmentu,  $m_i$  – relativní hmotnost  $i$ -tého segmentu.

Po dosazení do rovnice vypočítáme danou souřadnici těžiště těla.

# The body Center of Mass (COM)

For x-axis we get the equation (the sum of torques)

$$m_1 \cdot g \cdot x_{T1} + m_2 \cdot g \cdot x_{T2} + \dots + m_{14} \cdot g \cdot x_{Tn} = m \cdot g \cdot x_T ,$$

where  $m$  = mass of the body in %;  $m = 100\%$ ;

$g$  = acceleration of gravity,  $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ ,

$m_1, m_2, \dots, m_n$  = the relative segment masses,

$x_{T1}, x_{T2}, \dots, x_{Tn}$  - x-coordinates of the individual segment COMs,

$x_T$  - x-coordinate of the overall COM.

For the coordinates of the overall COM, which is determined by  $n$  segments, we get:

$$x_T = \frac{\sum_{i=1}^n x_{Ti} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad y_T = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Ti} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad z_T = \frac{\sum_{i=1}^n z_{Ti} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

wherein  $x_{Ti}, y_{Ti}, z_{Ti}$  are coordinates of the COM of the  $i$ th segment,  $m_i$  is the relative mass of the  $i$ -th segment.

The equations are used to calculate the x, y and z coordinates of overall COM of the body.

# Výpočet těžiště těla/ COM calculation

[http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie\\_teziste\\_vypocet.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie_teziste_vypocet.php)



**Patobiomechanika a Patokinesiólogie**  
**KOMPENDIUM**




Biomechanika / Geometrie lidského těla / Těžiště lidského těla / Výpočet celkového těžiště těla - rovinná situace

- ÚVOD
- VYHLEDÁVÁNÍ
- MAPA SERVERU
- ☀ **OBORY**
- BIOMECHANIKA
  - ZÁKLADY
  - GEOMETRIE LIDSKÉHO TĚLA
    - SEGMENTÁRNÍ STRUKTURA TĚLA
    - GEOMETRIE HMOTNOSTÍ
    - TĚŽIŠTĚ
      - **VÝPOČET**
      - VÝUKOVÝ PŘÍKLAD
    - MOMENT SETRVAČNOSTI
  - KINEMATIKA
  - DYNAMIKA
  - ENERGETICKÝ ASPEKT
  - MECHANICKÉ VLASTNOSTI TKÁNÍ
  - POHYBOVÝ SYSTÉM
  - EXPERIMENTÁLNÍ BIOMECHANIKA
- KINEZILOGIE
- ANATOMIE

## Výpočet celkového těžiště těla - rovinná situace

Základní výuku mechaniky nabízejí [tyto webové stránky](#)

Neznáte-li přesně charakteristiku nějaké mechanické veličiny, můžete použít (anglický) [slovník](#).

K řešení této úlohy potřebujete znát obě souřadnice dílčích těžišť všech segmentů, tj. doporučuje se nakreslit obrázek, do kterého zakreslíte dílčí těžiště - viz [ilustrační obrázek](#). Po zadání všech souřadnic se provede výpočet souřadnic celkového těžiště dle [uvedených vzorců](#).

Zadejte hmotnost (kg):  $m =$

Zadejte výšku (cm):  $v =$

Segment	X-ová souřadnice segmentu	Y-ová souřadnice segmentu
Hlava	<input style="width: 80px;" type="text"/>	<input style="width: 80px;" type="text"/>
Ruka-levá	<input style="width: 80px;" type="text"/>	<input style="width: 80px;" type="text"/>
Ruka-pravá	<input style="width: 80px;" type="text"/>	<input style="width: 80px;" type="text"/>
Předloktí-levé	<input style="width: 80px;" type="text"/>	<input style="width: 80px;" type="text"/>
Předloktí-pravé	<input style="width: 80px;" type="text"/>	<input style="width: 80px;" type="text"/>
Nadloktí-levé	<input style="width: 80px;" type="text"/>	<input style="width: 80px;" type="text"/>

# Setrvačnost

**Setrvačnost** je vlastnost hmotných těles (těles s hmotností), které se snaží setrvat v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu v případě, že na těleso nepůsobí žádná síla nebo síly jsou v rovnováze. (**1. Newtonův zákon**)

Velikost setrvačnosti je přímo závislá na hmotnosti tělesa. Čím větší hmotnost má těleso, tím větší setrvačnost vykazuje.

V mechanice - setrvačnost je schopnost tělesa neměnit směr ani rychlost pohybu (vůči vztažné soustavě). Může se jednat o klid (fyzika) nebo v rovnoměrný přímočarý pohyb.

Jsou-li působící síly v rovnováze (tj. vzájemně se ruší) setrvává těleso v původním stavu.

([www.wikipedia.cz](http://www.wikipedia.cz) – pozn.: Kdy je dobré použít wikipedii?)

# Inertia

**Inertia** is the resistance of any physical object to any change in its state of motion. This includes changes to the object's speed, direction, or state of rest. (Newton's first law)

Size of inertia directly depends on the mass of the body. The greater the mass, the greater the inertia.

If the operating forces are in equilibrium (i.e. cancelling mutually), the body keeps moving with the same speed and direction, or it remains at the state of rest.

# Hybnost

**Hybnost (p)** je fyzikální veličina, která vyjadřuje míru setrvačnosti tělesa.  
Je to vektorová veličina (má velikost i směr).

Vektor hybnosti je v Newtonově mechanice určen vztahem:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v} \quad [\text{jednotka: } \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

kde  $m$  je hmotnost tělesa,  $\mathbf{v}$  je rychlost tělesa.

Slovy : Velikost hybnosti závisí na hmotnosti a rychlosti tělesa, směr hybnosti je stejný jako směr rychlosti.

V izolovaných mechanických dějích platí zákon zachování hybnosti:

**Celková hybnost izolované soustavy těles se nemění:**

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots + \mathbf{p}_n = \text{konst.}$$

Změna hybnosti  $\Delta \mathbf{p}$  způsobená silou  $\mathbf{F}$  za čas  $\Delta t$  je rovna impulzu síly:

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F} \Delta t .$$

([www.wikipedia.cz](http://www.wikipedia.cz))

# Momentum (Linear momentum)

**Momentum ( $\mathbf{p}$ )**, or **Linear momentum** is a physical quantity that expresses the degree of inertia.

It is a vector quantity (it has size and direction).

In Newtonian mechanics the momentum vector is determined by the relationship:

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v} \quad [\text{unit: } kg \cdot m \cdot s^{-1}]$$

where  $m$  is the mass of the body,  $\mathbf{v}$  is the velocity of the body.

In words: The momentum size is dependent upon the mass and velocity of the body, the momentum direction is the same as the direction of the velocity.

In isolated mechanical events the **momentum conservation principle** applies:

The total momentum of an isolated system of bodies keeps being constant:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots + \mathbf{p}_n = \text{const.}$$

The change of momentum caused by force  $F$  within time  $\Delta t$  is equal to the

**Impulse:**

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F} \Delta t .$$

# Moment setrvačnosti

Podobně jako setrvačnost vyjadřuje tendenci tělesa setrávat v rovnoměrně přímočarém pohybu (či klidu), moment setrvačnosti vyjadřuje tendenci setrávat v otáčivém pohybu:

**Moment setrvačnosti** ( $J$ ) je fyzikální veličina, která vyjadřuje míru setrvačnosti tělesa při otáčivém pohybu. Její velikost závisí na rozložení hmoty v tělese vzhledem k ose otáčení. Body (části) tělesa s větší hmotností a umístěné *dál od osy* mají větší moment setrvačnosti.

*Pozn: Moment setrvačnosti má i těleso v klidu!*

Moment setrvačnosti je důležitý pro popis rotačního pohybu těla a segmentů (zejména pro určení momentu hybnosti  $L=J \omega$ ).

([www.wikipedia.cz](http://www.wikipedia.cz))

# Moment of Inertia, Angular mass

Similarly to inertia which expresses the tendency of the body to remain in constant motion (or rest), moment of inertia expresses the tendency to remain in rotational motion:

**Moment of inertia (J)**, also known as the **angular mass** or **rotational inertia**, is a physical quantity that expresses the amount of inertia in rotational motion. Its size depends on the distribution of mass in the body relative to the axis of rotation. Points (parts) of the body with a larger mass and positioned away from the axis have a greater moment of inertia.

Note: Also body at rest has a non-zero Moment of inertia!

The moment of inertia is important to describe the rotational movements of the body and the segments (in particular for determining the angular momentum  $L = J \omega$ ).

The **moment of inertia (J)** of a rigid body is a tensor that determines the torque needed for a desired angular acceleration around rotational axis.

# Moment hybnosti

**Moment hybnosti (točivost)** má při rotačním pohybu stejný význam jako hybnost při pohybu přímočarém.

**Moment hybnosti** (ozn. **L** nebo **b**) je určen vektorovým součinem jako:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad [\text{jednotka: kg m}^2 \text{ s}^{-1}],$$

kde **r** je polohový vektor (s počátkem v bodu otáčení) a je **p** hybnost.

Pojem momentu hybnosti je analogický pojmu hybnosti: tak jako je hybnost součinem hmotnosti a rychlosti v případě translačního pohybu, tak je moment hybnosti součinem momentu setrvačnosti **J** a úhlové rychlosti  $\boldsymbol{\omega}$  v případě rotačního pohybu:

$$\mathbf{L} = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}$$

[ vyplývá ze vztahu pro hybnost u otáčivého pohybu  $\mathbf{p} = m \mathbf{v} = m (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega})$  ]

([www.wikipedia.cz](http://www.wikipedia.cz))

# Angular momentum

In physics, **angular momentum** (rarely, **moment of momentum** or **rotational momentum**) is the rotational equivalent of linear momentum. It is an important quantity in physics because it is a conserved quantity – the total angular momentum of a system remains constant unless acted on by an external torque.

Angular momentum (labeled **L** or **b**) is a vector product:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad [\text{unit: kg m}^2 \text{ s}^{-1}],$$

where  $r$  is the position vector (starting at the point of rotation), and  $\mathbf{p}$  is the linear momentum.

The concept of angular momentum is analogous to the concept of linear momentum:

whereas momentum is the product of mass and velocity in the case of the translational movement, angular momentum is the product of the moment of inertia  $J$  and angular velocity  $\omega$  of the rotary motion:

$$\mathbf{L} = J \boldsymbol{\omega}$$

[It can be derived from the relationship for the momentum in rotary motion  $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = m(\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega})$ ]

# Hybnost versus moment hybnosti

**Analogie:**

**Hybnost:**  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$  (m: hmotnost,  $\mathbf{v}$  : rychlost)

**Moment hybnosti:**  $\mathbf{L} = J \boldsymbol{\omega}$  (J: moment setrvačnosti,  $\boldsymbol{\omega}$  : úhlová rychlost)

**Moment setrvačnosti J tedy plní u otáčivého pohybu stejnou úlohu jako hmotnost m u přímočarého pohybu.**

**Jaké jsou momenty setrvačnosti u lidského těla a segmentů?**

# Momentum versus Angular momentum

**Analogy:**

**Momentum:  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$**  (m: mass, v: velocity)

**Angular momentum:  $\mathbf{L} = J \boldsymbol{\omega}$**  (J: moment of inertia,  $\boldsymbol{\omega}$ : angular velocity)

**Moment of inertia J therefore plays the same role in rotational motion as does the mass in linear motion.**

**What are the moments of inertia in the human body and the segments?**

# Momenty setrvačnosti (J) lidského těla a jeho segmentů

Pro hmotný bod platí:

$$J = m \cdot r^2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]},$$

kde  $m$  – hmotnost bodu;  $r$  – vzdálenost hmotného bodu (kolmo) od osy otáčení.

Pro soustavu bodů – těleso (segment, lidské tělo) je moment setrvačnosti roven součtu momentů setrvačností všech bodů (segmentů) vzhledem k ose otáčení, tedy:

$$J_0 = \int r^2 dm \quad \text{neboli} \quad J_0 = \sum_1^{\infty} m_i r_i^2, \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

kde  $m_i$  – hmotnost  $i$ -té části, ze kterých se tělo skládá;  
 $r_i$  – vzdálenost  $i$ -té části (nebo těžiště segmentu) kolmo od osy  $O$   
(prochází těžištěm těla)

# Moment of Inertia (J) of the human body and its segments

For a material point it holds:

$$J = m \cdot r^2 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]},$$

where  $m$  - mass of the point,  $r$  - distance from the point (perpendicular) to the axis of rotation.

For a set of material points –a body (e.g., a segment, human body as a whole) the moment of inertia is equal to the sum of the moments of inertia of all points (segments) with respect to the rotation axis, namely:

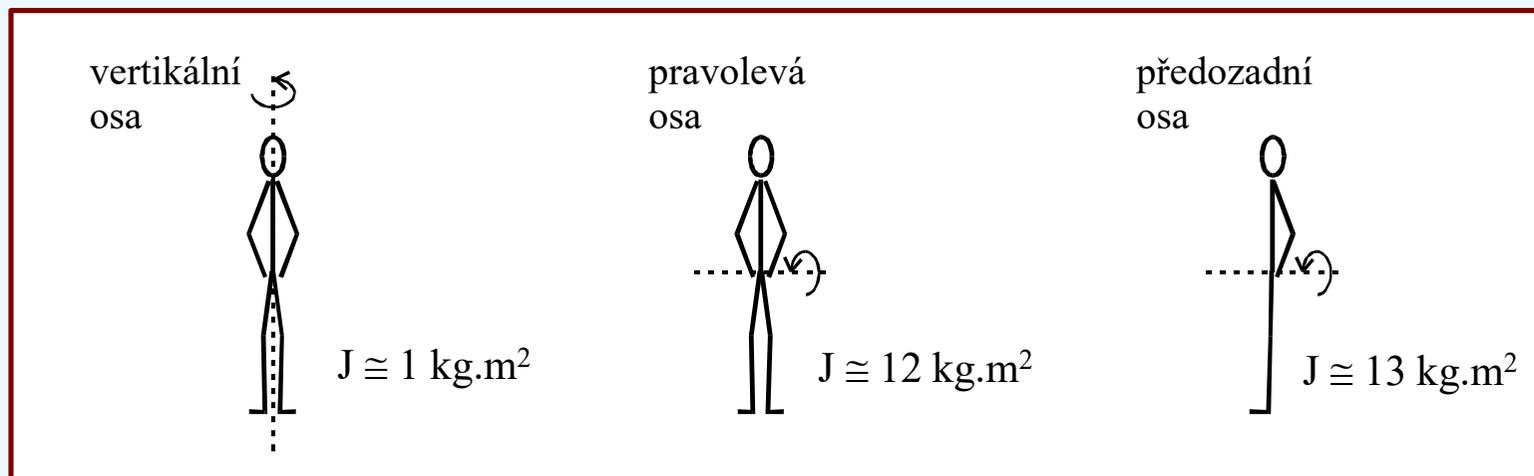
$$J_0 = \int r^2 dm \quad \text{neboli} \quad J_0 = \sum_1^{\infty} m_i r_i^2, \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

where  $m_i$  - the mass of the  $i$ -th segment of the body;

$r_i$  - the distance of  $i$ -th segment (segment COG) perpendicularly from to the rotational axis  $O$  (which passes through the COG of the body)

# Momenty setrvačnosti (J) lidského těla a jeho segmentů

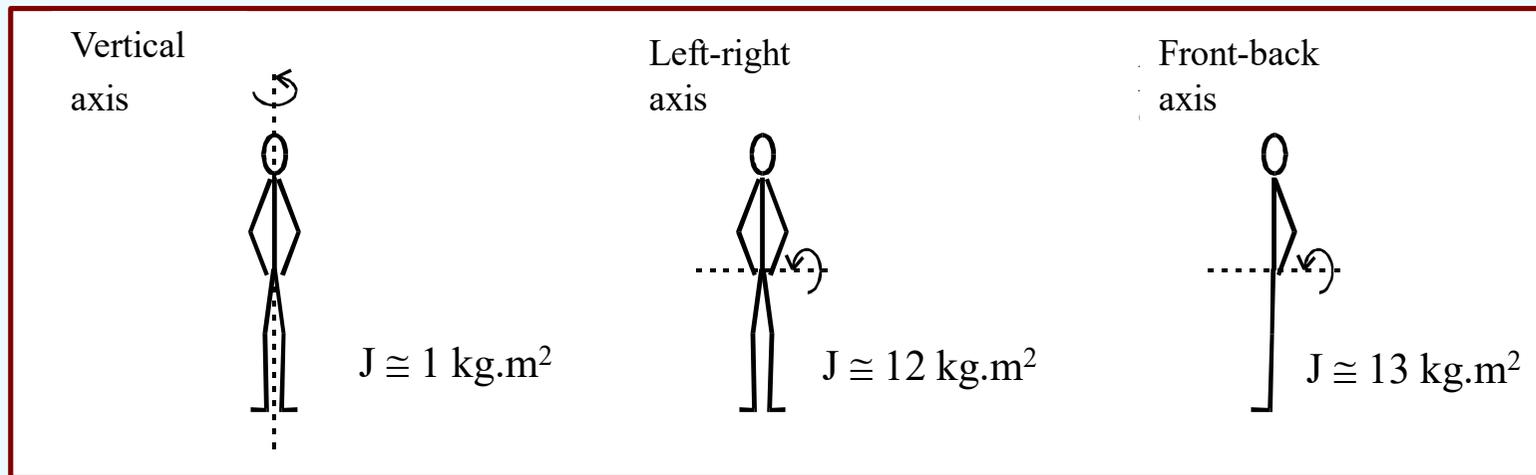
Lidské tělo má různé hodnoty momentu setrvačnosti při otáčení v různých osách



**Janura, Obr. 18** Hodnota momentu setrvačnosti pro osy procházející těžištěm těla (upraveno podle Hochmuth in Karas, 1990)

# Moment of Inertia (J) of the human body and its segments

The human body has different values of Moment of Inertia around different axes of rotation



**Janura, Fig. 18** The value of the Moment of Inertia of human body for axes passing through the body COG (modified after Hochmuth in Karas, 1990)

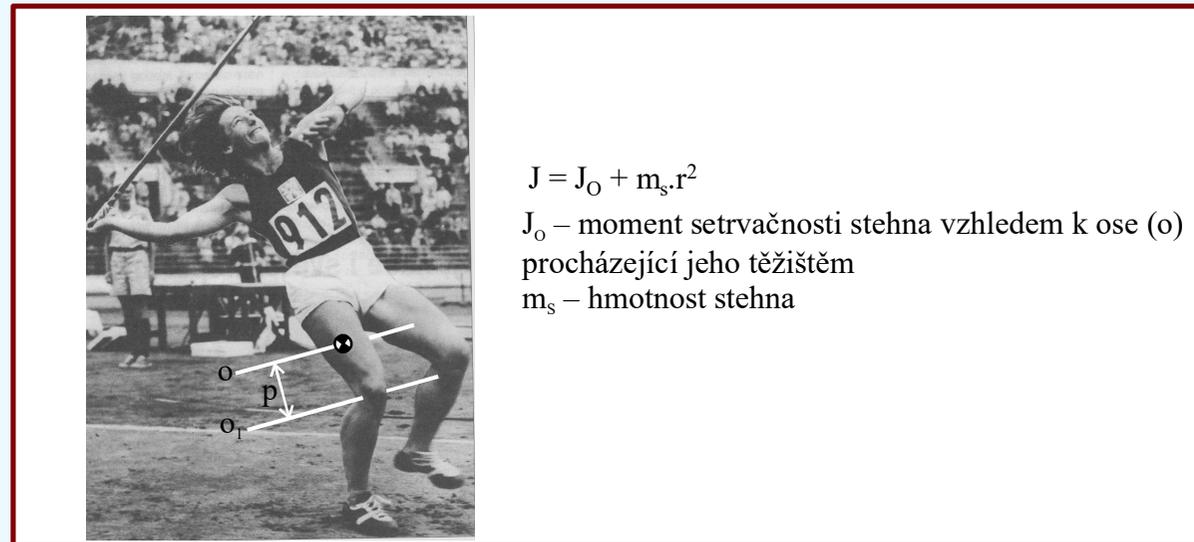
## Momenty setrvačnosti lidského těla a jeho segmentů

Jestliže rotace probíhá kolem osy, která neprochází těžištěm segmentu (těla), určíme velikost momentu setrvačnosti podle vztahu (Steinerova věta):

$$J_p = J_o + m \cdot r^2 ,$$

kde  $J_o$  – moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm segmentu (těla);  
 $m$  – hmotnost segmentu;  $r$  – vzdálenost osy procházející těžištěm a osy s ní rovnoběžné, ke které vztahujeme moment setrvačnosti (obr. 19).

$$\text{Pro více segmentů: } J = \sum_i J_{oi} + \sum_i m_i \cdot r_i^2$$



**Janura, Obr. 19** Moment setrvačnosti stehna vzhledem k pravolevé ose (flexe-extenze), procházející kolenním kloubem

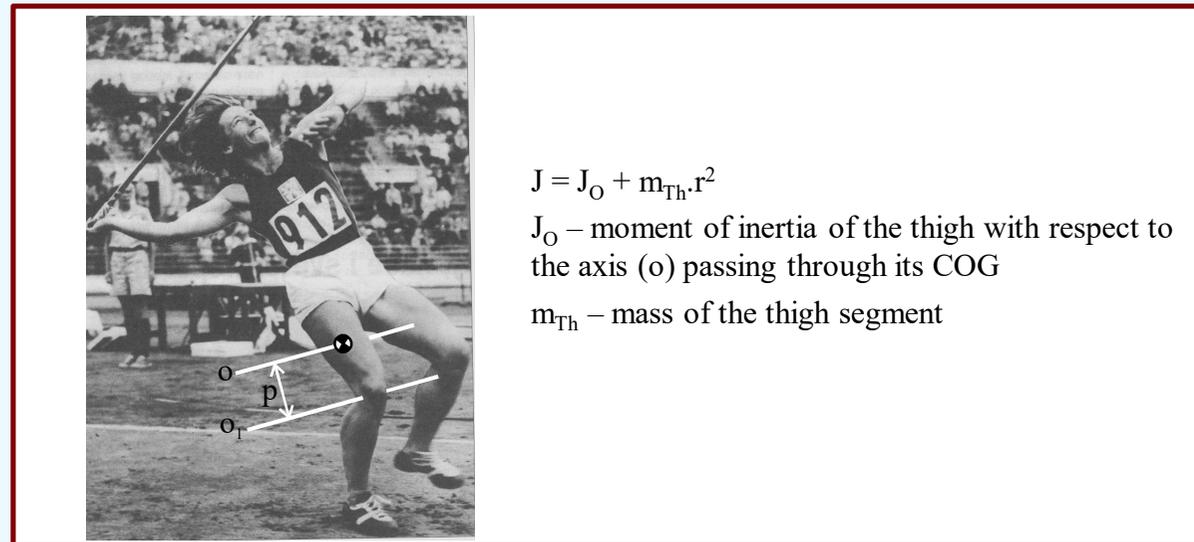
## The moments of inertia of the human body and its segments

If the rotation takes place around an axis that passes through the center of gravity of the (body) segment, the value of the moment of inertia can be calculated using the relationship (Steiner's theorem):

$$J_p = J_o + m \cdot r^2,$$

wherein  $J_o$  - moment of inertia for axis passing through the segment COG,  
 $m$  – segment mass,  $r$  - distance from the axis passing through the COG to the parallel axis to which we relate the moment of inertia (Fig. 19).

$$\text{For more segments: } J = \sum_i J_{oi} + \sum_i m_i \cdot r_i^2$$



**Janura, Fig. 19** Moment of Inertia of the thigh with respect to the left-right axis (flexion-extension), passing through a knee joint

# Momenty setrvačnosti lidského těla a jeho segmentů

Momenty setrvačnosti  $J_0$  segmentů lidského těla byly zjišťovány experimentálně Zaciorským a Selujanovem (1979) vzhledem k osám kolmým na rovinu

- frontální (např. provádění veletače) a
- sagitální (např. provádění vrutů).

Lze je vyjádřit na základě rovnice  $J_0 = B_0 + B_1 m + B_2 v$ , (pro každý segment),  $[kg \cdot m^2]$ ,

kde  $m$  (kg) je celková hmotnost  
a  $v$  (cm!) je výška pokusné osoby.

## Výpočet momentů setrvačnosti segmentů těla dle Zaciorského a Selujanova, 1979

frontální rovina

segment	$B_0$ [kg.cm <sup>2</sup> ]	$B_1$ [kg.cm <sup>2</sup> ]	$B_2$ [kg.cm]
noha	-100	0,48	0,626
bérec	-1105	4,59	6,63
stehno	-3557	31,7	18,61
ruka	-19,5	0,17	0,116
předloktí	-64	0,95	0,34
nadloktí	-250,7	1,56	1,512
hlava	78	1,171	1,519
vrchní část trupu	81,2	36,73	-5,97
střední část trupu	18,5	39,8	-12,87
spodní část trupu	1568	12	7,741

$$J_0 = B_0 + B_1 m + B_2 v \quad (kg \cdot cm^2)$$

kde  $m$  (kg) je celková hmotnost  
a  $v$  (cm!) je výška pokusné osoby.

Všechny výše uvedené koeficienty byly stanoveny experimentálně, mají stochastický charakter a jejich použití na „průměrnou“ populaci je tedy provedeno s jistou pravděpodobností a zatíženo určitou chybou měření.

Pro zjištění celkového momentu setrvačnosti člověka je nutno použít Steinerovu větu pro soustavu hmotných segmentů, tj, platí rovnice:

$$J = \sum_1^n J_{0i} + \sum_1^n m_i d_i^2, \quad [kg \cdot m^2]$$

kde  $d$  [m] je vzdálenost těžiště segmentu  $i$  kolmo od osy otáčení

### Tabulka T1.2:

<http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/images/2T1mom.gif>

# The moments of inertia of the human body and its segments

Moments of inertia  $J_0$  of segments of the human body were examined experimentally by Zaciorskij and Selujanov (1979) relative to the axes perpendicular to these planes:

- Frontal (e.g. execution of grand circle (veletoč) in gymnastics) and
- Sagittal (e.g. implementation of twists (vrutů) in figure skating (krasobruslení)).

They can be expressed through the equation:

$$J_0 = B_0 + B_1 m + B_2 v \quad (\text{for each segment}) \quad [kg \cdot m^2]$$

where  $m$  [kg] is the overall body mass  
and  $v$  [cm!] is the person's height

## Výpočet momentů setrvačnosti segmentů těla dle Zaciorského a Selujanova, 1979

frontální rovina

segment	$B_0$ [kg.cm <sup>2</sup> ]	$B_1$ [kg.cm <sup>2</sup> ]	$B_2$ [kg.cm]
noha	-100	0,48	0,626
bérec	-1105	4,59	6,63
stehno	-3557	31,7	18,61
ruka	-19,5	0,17	0,116
předloktí	-64	0,95	0,34
nadloktí	-250,7	1,56	1,512
hlava	78	1,171	1,519
vrchní část trupu	81,2	36,73	-5,97
střední část trupu	18,5	39,8	-12,87
spodní část trupu	1568	12	7,741

$$J_0 = B_0 + B_1 m + B_2 v \quad (kg \cdot cm^2)$$

kde  $m$  (kg) je celková hmotnost  
a  $v$  (cm!) je výška pokusné osoby.

All the above coefficients have been determined experimentally, are stochastic in nature and their application to the "average" population is thus performed with a certain probability, and contains some measurement error.

To determine the total moment of inertia of humans is necessary to use Steiner's theorem for the system of physical segments, i.e., the equation:

$$J = \sum_1^n J_{oi} + \sum_1^n m_i d_i^2 \quad [kg \cdot m^2]$$

where  $d_i$  [m] is the distance of the COG of the  $i$ -th segment perpendicular to the axis of rotation

### Tabulka T1.2:

<http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpk/kompendium/biomechanika/images/2TImom.gif>

## Význam celkového momentu setrvačnosti člověka:

Vyskytuje se ve většině rovnic řešících rotaci člověka, resp. veličin souvisejících s rotací (točivost, kinetická energie rotačního pohybu atd.).

Na rozdíl od zákona o zachování hybnosti izolované soustavy je možno dle zákona o zachování točivosti (momentu hybnosti) izolované soustavy využít změn velikosti momentu setrvačnosti v letových fázích rotačního pohybu ke změnám úhlové rychlosti během letu (salta, vruty, přemety, přeskoky přes náčiní s rotací apod.), tj. přiblížením hmotností některých segmentů těla k ose otáčení (neboli zmenšením celkového momentu setrvačnosti) zvýšit rychlost rotace a naopak.

## Importance of the overall moment of inertia in humans:

It occurs in most equations solving human rotation, or variables related to rotation (torque, kinetic energy of rotational motion etc.).

Unlike the law of conservation of momentum in isolated systems, it is possible to explore the law of conservation of angular momentum of isolated systems to take advantage of changes in the size of the moment of inertia

– e.g. in the flight stage of rotary motion we can change the angular velocity during the flight (somersaults, twists, flips, jumps over utensils in gymnastics using rotation etc.),

i.e. bringing masses of some body segments closer to the body rotational axis (or reducing the overall moment of inertia) increases the rotation speed and vice versa.

# Výpočet momentu setrvačnosti segmentů: Calculation of the moments of inertia of body segments

[http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie\\_moment\\_vypocet.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie_moment_vypocet.php)

- VÝUKOVÝ PŘÍKLAD
- MAPA SERVERU
- \* **OBORY**
- BIOMECHANIKA
  - ZÁKLADY
  - GEOMETRIE LIDSKÉHO TĚLA
    - SEGMENTÁRNÍ STRUKTURA TĚLA
    - GEOMETRIE HMOTNOSTÍ
    - TĚŽIŠTĚ
    - MOMENT SETRVAČNOSTI
      - **VÝPOČET**
      - VÝUKOVÝ PŘÍKLAD
  - KINEMATIKA
  - DYNAMIKA
  - ENERGETICKÝ ASPEKT
  - MECHANICKÉ VLASTNOSTI TKÁNÍ
  - POHYBOVÝ SYSTÉM
  - EXPERIMENTÁLNÍ BIOMECHANIKA
- KINEZILOGIE
- ANATOMIE
- \* **APLIKACE**
- REHABILITAČNÍ INŽENÝRSTVÍ
- SPORT
- KLINICKÉ APLIKACE

## Výpočet momentu setrvačnosti

Základní výuku mechaniky nabízejí [tyto webové stránky](#)  
Neznáte-li přesně charakteristiku nějaké mechanické veličiny, můžete použít (anglický) [slovník](#).

Zadejte hmotnost (kg): m =

Zadejte výšku (cm): v =

Rovina:      Frontální       Sagitální

Zadané hodnoty: m = 70 [kg], h = 179 [cm], frontální rovina

Segment	B <sub>0</sub> [kg.cm <sup>2</sup> ]	B <sub>1</sub> [kg.cm <sup>2</sup> ]	B <sub>2</sub> [kg.cm]	J <sub>0</sub> [kgcm <sup>2</sup> ]
Hlava	-112	1.43	1.73	297.77
Ruka	-13.68	0.088	0.092	8.948
Předloktí	-67.9	0.855	0.376	59.254
Nadloktí	-232	1.526	1.343	115.217
Noha	-97.09	0.414	0.614	41.796
Bérec	-1152	4.594	6.815	389.465
Stehno	-3690	32.02	19.24	1995.36
Trup				
Horní část trupu	367	18.3	-5.73	622.33
Střední část trupu	263	26.7	-8	700
Dolní část trupu	934	11.8	3.44	2375.76

# Důležité pojmy

Segmenty lidského těla,

Rozměr (l, V),

Těžiště T

Poloha (souřadnice x, y, z | úhlové souřadnice  $\alpha, \beta, \gamma$  a vzdálenost r)

Hmotnost m (setrvačnost) | Moment setrvačnosti  $J = m r^2$

Rychlost  $\mathbf{v}$  | Úhlová rychlost  $\boldsymbol{\omega}$

Hybnost  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$  | Moment hybnosti  $\mathbf{L} = J \boldsymbol{\omega}$

Síla  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$  | Moment síly  $\mathbf{M}_F = \mathbf{F} \times \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{M}_G = \mathbf{G} \times \mathbf{r}$

Dostředivá síla:  $F = m r \omega^2$

Kinetická energie  $E_k = \frac{1}{2} m v^2$  | Kinetická energie:  $E_\omega = \frac{1}{2} J \omega^2$

# Important concepts

Segments of human body,

Sizes – length, volume (L, V),

Centre of Mass (COM)

Position (x, y, z | Angular coordinates  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , and the distance r)

Mass m (inertia) | Moment of inertia  $J = m r^2$

Velocity  $\mathbf{v}$  | Angular velocity  $\boldsymbol{\omega}$

Momentum  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$  | Angular momentum  $\mathbf{L} = J \boldsymbol{\omega}$

Force  $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{G} = m \mathbf{g}$  | Moment  $\mathbf{M}_F = \mathbf{F} \times \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{M}_G = \mathbf{G} \times \mathbf{r}$

Centripetal force  $F = m r \omega^2$

Kinetic energy  $E_k = \frac{1}{2} m v^2$  | Rotational kinetic energy:  $E_w = \frac{1}{2} J \omega^2$

# Doplňková literatura:

**Historický přehled metod pro určování parametrů segmentů  
(hmotnost, těžiště, momenty setrvačnosti):**

**Artificial Limbs 8 (1):128-136, 1964.**

## **Body Segment Parameters<sup>1</sup>**

**A Survey of Measurement Techniques**

Rudolfs Drillis, PH.D.,<sup>2</sup>  
Renato Contini, B.S.,<sup>3</sup> AND  
Maurice Bluestein, M.M.E.<sup>4</sup>

[http://www.oandplibrary.org/al/pdf/1964\\_01\\_044.pdf](http://www.oandplibrary.org/al/pdf/1964_01_044.pdf)

# Further reading:

Historical overview of methods for determining the parameters of segments (mass, center of gravity, moments of inertia):

**Artificial Limbs 8 (1):128-136, 1964.**

## **Body Segment Parameters<sup>1</sup>**

**A Survey of Measurement Techniques**

Rudolfs Drillis, PH.D.,<sup>2</sup>  
Renato Contini, B.S.,<sup>3</sup> AND  
Maurice Bluestein, M.M.E.<sup>4</sup>

[http://www.oandplibrary.org/al/pdf/1964\\_01\\_044.pdf](http://www.oandplibrary.org/al/pdf/1964_01_044.pdf)

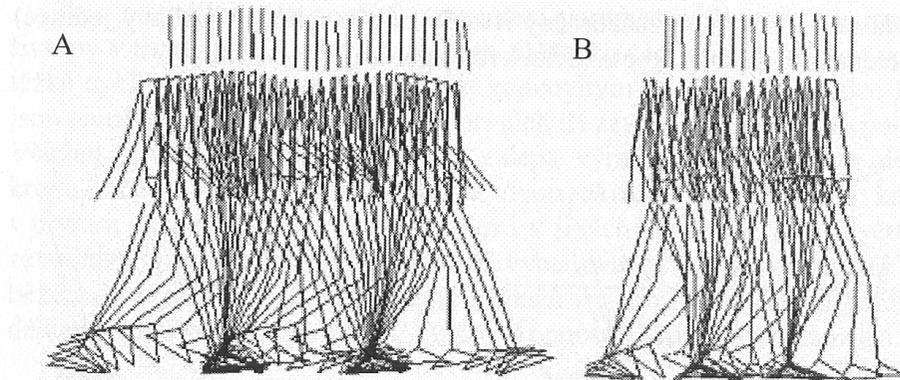
# Praktické aplikace

Analýza chůze člověka

Kvantifikace poruch chůze:

- hodnocení vývoje choroby
- zpřesnění diagnostiky
- hodnocení účinnosti léčby (farmakoterapie, kinezioterapie, rehabilitace)

Janura & Zahálka: Kinematická analýza pohybu člověka. UP Olomouc 2004.



Obr. 15.12 Kinogram krokového cyklu u zdravého jedince (A) a pacienta se spasticko-ataktickou kvadruparézou (B)

Tab. 15.2 Základní parametry dvojkroku a tendence změn u osob s Parkinsonovou chorobou před a po absolvování terapie

Parametr	PCH		PCH1		Tendence		
	x	s	x	s	+	0	-
DK (m)	1,07	0,04	1,13	0,05	3	7	0
VZ (m)	0,59	0,03	0,58	0,05	3	6	1
LKP (°)	17,2	5,34	19,7	6,36	4	5	1
LKL (°)	18,2	5,75	21,1	5,86	5	4	1
KOP (°)	58,1	6,47	59,7	3,43	1	8	1
KOL (°)	58,3	4,05	56,8	6,04	1	7	2
KYP (°)	42,5	6,87	42,0	7,29	4	1	5
KYL (°)	39,8	2,86	40,2	5,67	4	4	2

Legenda:

x – aritmetický průměr, s – směrodatná odchylka

PCH – před absolvováním terapie, PCH1 – po absolvování terapie

DK – délka dvojkroku, VZ – maximální vzdálenost pravého a levého zápěstí

LKP (LKL) – celkový rozsah pohybu v pravém (levém) loketním kloubu

KOP (KOL) – velikost extenze v pravém (levém) kolenním kloubu

KYP (KYL) – velikost extenze v pravém (levém) kyčelním kloubu

+, 0, - – zlepšení; beze změn; zhoršení daného parametru

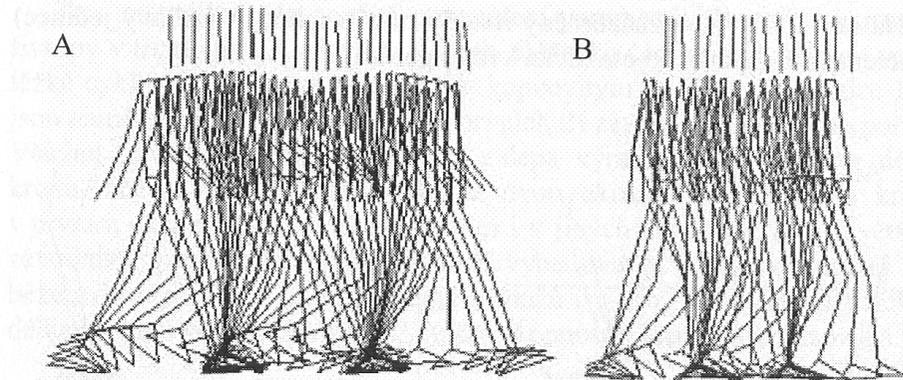
# Practical applications

Analysis of human walk

Quantification of walking problems:

- Evaluation of the development of the disease
- More accurate diagnosis
- Evaluating the effectiveness of treatment (pharmacotherapy, physiotherapy, rehabilitation)

Janura & Zahálka: Kinematic analysis of the human motion. UP Olomouc 2004.



**Obr. 15.12** Kinogram krokového cyklu u zdravého jedince (A) a pacienta se spasticko-ataktickou kvadruparézou (B)

**Tab. 15.2** Základní parametry dvojkroku a tendence změn u osob s Parkinsonovou chorobou před a po absolvování terapie

Parametr	PCH		PCH1		Tendence		
	x	s	x	s	+	0	-
DK (m)	1,07	0,04	1,13	0,05	3	7	0
VZ (m)	0,59	0,03	0,58	0,05	3	6	1
LKP (°)	17,2	5,34	19,7	6,36	4	5	1
LKL (°)	18,2	5,75	21,1	5,86	5	4	1
KOP (°)	58,1	6,47	59,7	3,43	1	8	1
KOL (°)	58,3	4,05	56,8	6,04	1	7	2
KYP (°)	42,5	6,87	42,0	7,29	4	1	5
KYL (°)	39,8	2,86	40,2	5,67	4	4	2

Legenda:

x – aritmetický průměr, s – směrodatná odchylka

PCH – před absolvováním terapie, PCH1 – po absolvování terapie

DK – délka dvojkroku, VZ – maximální vzdálenost pravého a levého zápěstí

LKP (LKL) – celkový rozsah pohybu v pravém (levém) loketním kloubu

KOP (KOL) – velikost extenze v pravém (levém) kolenním kloubu

KYP (KYL) – velikost extenze v pravém (levém) kyčelním kloubu

+; 0; - – zlepšení; beze změn; zhoršení daného parametru

# Praktické aplikace

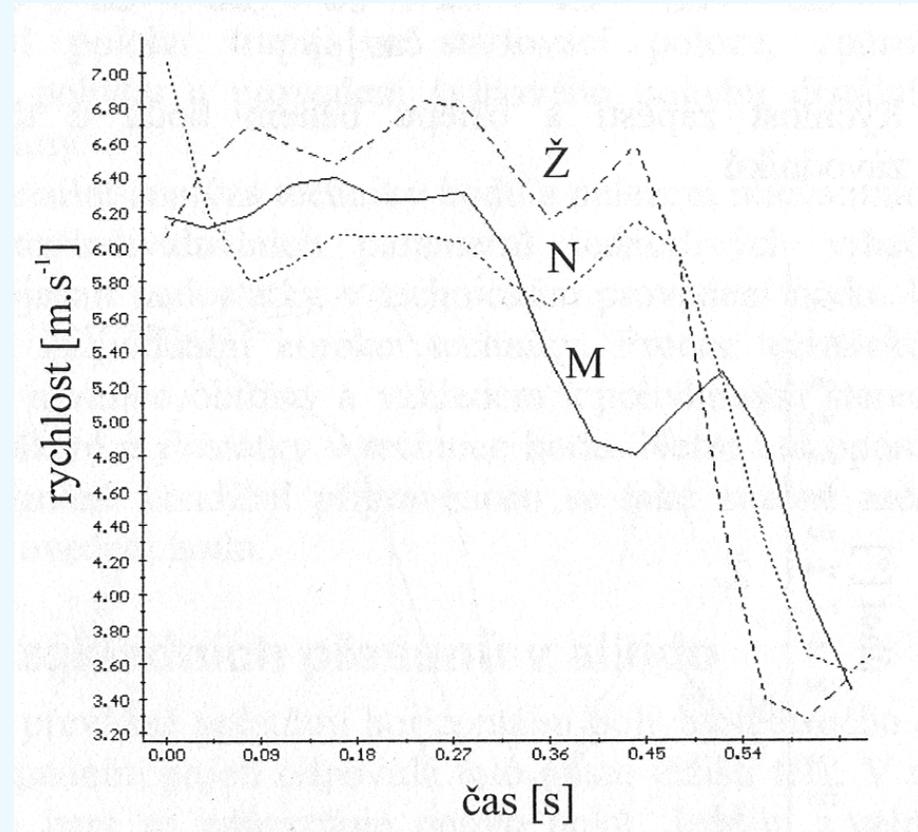
Analýza sportovních úkonů:

Např. Srovnávací analýza  
techniky hodu oštěpem

3 čeští atleti (Ž, N, M) o různé  
výkonnosti

Ž: špičkový atlet

N, M: výkonnost slabší (o 20  
m horší hody než Ž)



Obr. 15.30 Rychlost těžiště těla během hodu u tří vybraných atletů

Janura & Zahálka: Kinematická analýza  
pohybu člověka. UP Olomouc 2004.

# Practical applications

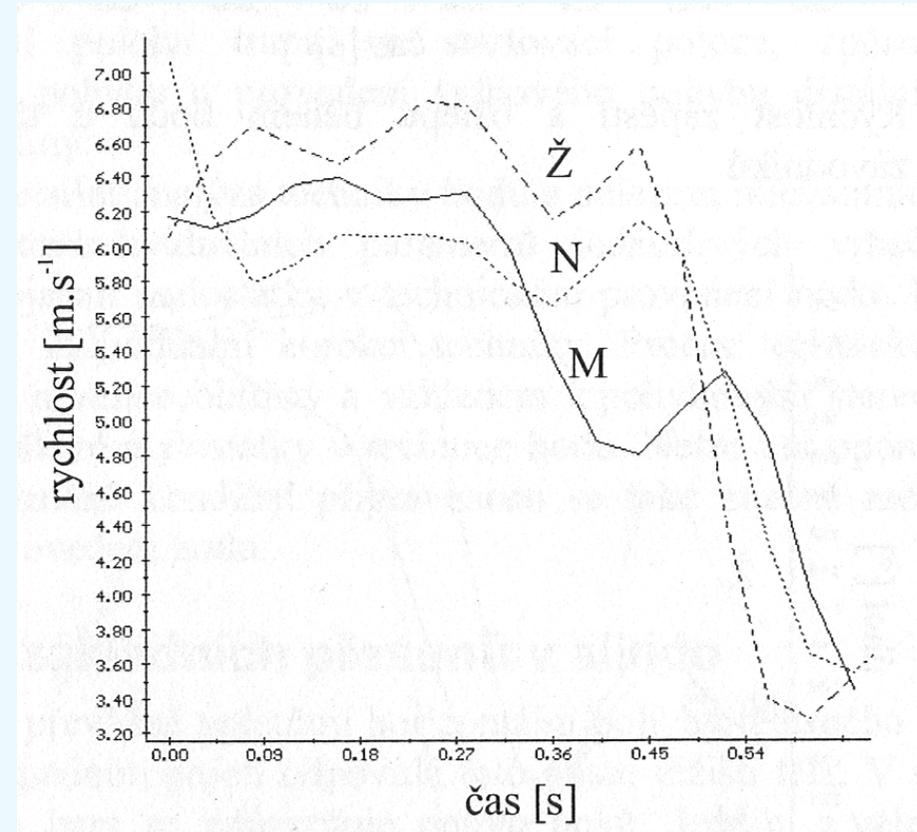
Analysis of sport performance:

Comparative analysis of the techniques of javelin throw

3 Czech athletes (Ž, N, M) of different level

Ž: top athlete

N, M: weaker performance  
(throwing about 20 m less far than Ž)



Obr. 15.30 Rychlost těžiště těla během hodu u tří vybraných atletů

Janura & Zahálka: Kinematická analýza  
pohybu člověka. UP Olomouc 2004.