

# **BIOMECHANICS**

Exercise no. 2

**JAN ŠVEC**

**Department of Experimental Physics, Faculty of Science,  
Palacký University in Olomouc**

# **BIOMECHANIKA**

## **Cvičení č.2**

**JAN ŠVEC**

**Katedra experimentální fyziky, Př.F.,  
Univerzita Palackého v Olomouci**

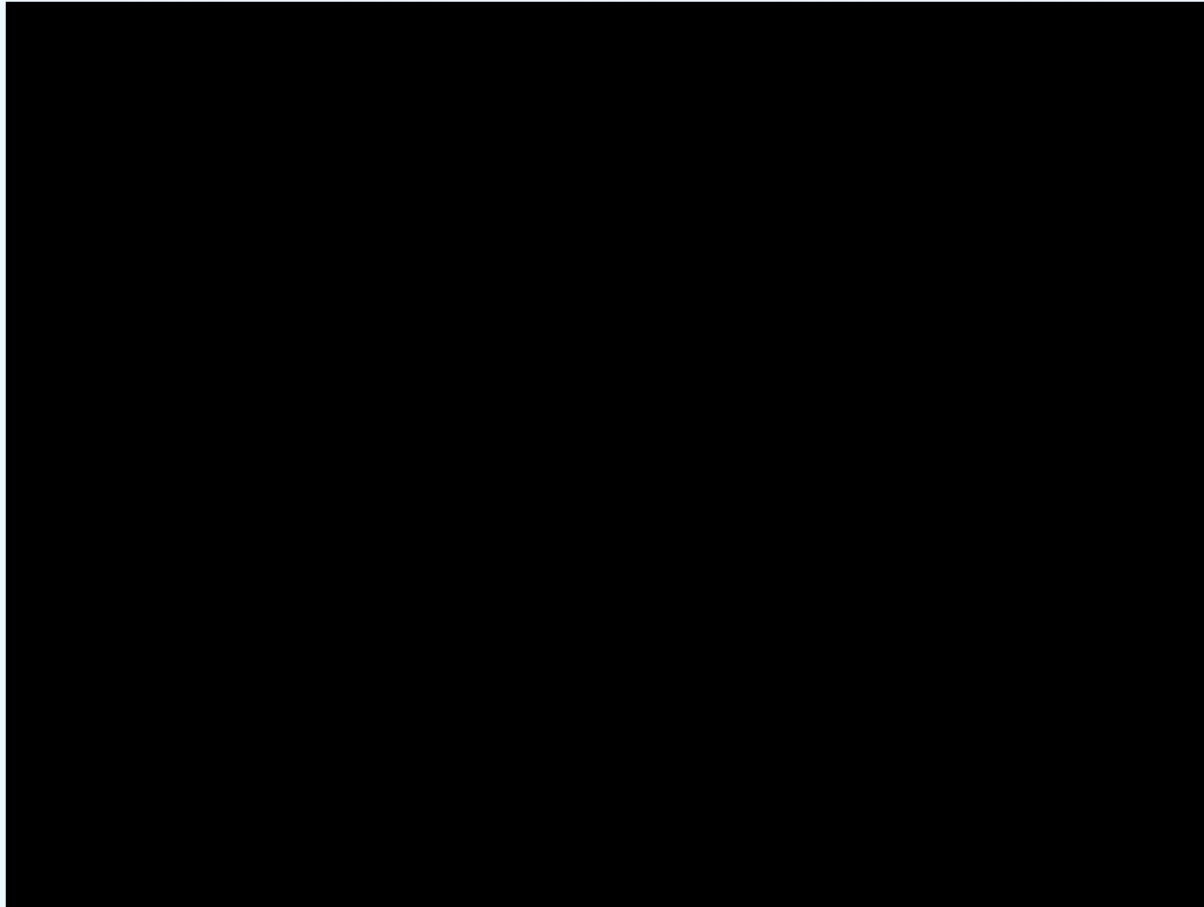
**Úloha pro cvičení:**

**Jakou silou se musí držet  
gymnasta hrazdy při veletoci  
aby nespadl?**

## **Exercise:**

**With what force must a gymnast hold onto the horizontal bar during a giant swing so that they do not fall?**

# Veletoč / Giant Swing



High Bar Basic Giant | Gymnastics Training | Pukhraj Gymnast

<https://www.youtube.com/watch?v=n8b3MUhJdYI&t=2s>

## **Rozbor:**

**Kterým externím silám musí gymnasta odolat?**

**1) Gravitační síla – tíha těla ( $G$ )**

**2) Odstředivá síla těla při veletoci ( $F_d$ )**

**Tyto 2 síly se sčítají při poloze těla vertikálně pod hrazdou – t.j. dohromady největší síla, které musí gymnasta čelit je:**

$$\mathbf{F = G + F_d}$$

## **Analysis:**

**Which external forces should the gymnast withstand?**

- 1) Gravitational force – body weight (G)**
- 2) Centrifugal force during the giant swing ( $F_d$ )**

**These 2 forces sum up when the body is hanging vertically below the bar – i.e. the largest force to withstand by the gymnast is, together:**

$$\mathbf{F = G + F_d}$$

## **Gravitační síla – tíha těla G:**

$$\mathbf{G = m * g \ [N = kg*m/s^2]}$$

**Pro gymnastu s hmotností 70  
kg je tíha těla**

$$\mathbf{G = 70 * 9,81 \sim cca \ 700 \ N}$$



## **Gravitational force – body weight G:**

$$\mathbf{G = m * g \ [N = kg*m/s^2]}$$

**For a gymnast weighting 70 kg the  
gravitational force is**

$$\mathbf{G = 70 * 9,81 \sim cca \ 700 \ N}$$

## **Rozbor:**

**Kterým externím silám musí gymnasta odolat?**

**1) Gravitační síla – tíha těla (G)**

**2) Odstředivá síla těla při veletoci ( $F_d$ )**

**Tyto 2 síly se sčítají při poloze těla vertikálně pod hrazdou – t.j. dohromady největší síla, které musí gymnasta čelit je:**

$$\mathbf{F = G + F_d}$$

## **Analysis:**

**Which external forces should the gymnast withstand?**

**1) Gravitational force – body weight (G)**

**2) Centrifugal force during the giant swing ( $F_d$ )**

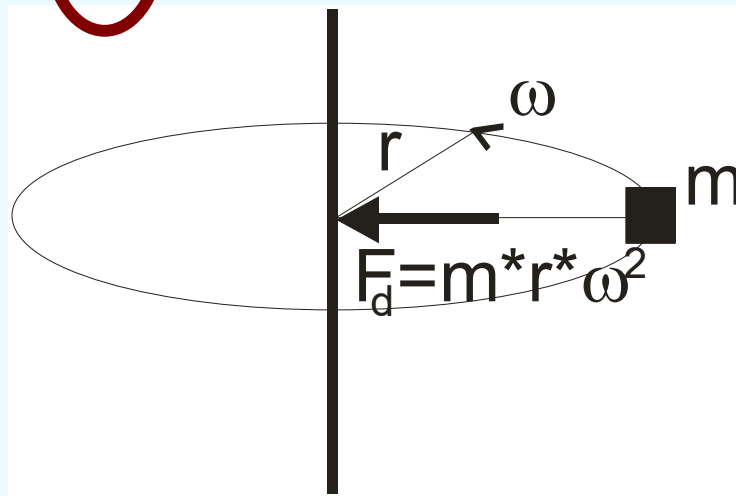
**These 2 forces sum up when the body is hanging vertically below the bar – i.e. the largest force to withstand by the gymnast is, together:**

$$\mathbf{F = G + F_d}$$

## Dostředivá síla při veletoci ( $F_d$ ):

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1\\_s%C3%ADla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1_s%C3%ADla)

$$F_d = m * r * \omega^2 \text{ [N = kg*m/s}^2\text{]}$$



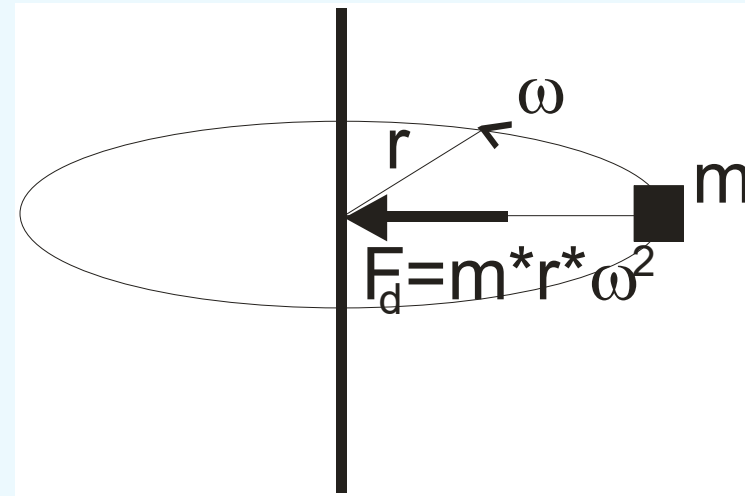
Pro výpočet redukuje lidské tělo na těžiště, kde je koncentrována celá hmotnost těla m, které je ve vzdálenosti r od hrazdy a které se otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$ .

**Jaká je úhlová rychlost těla při veletoci?**

# Centrifugal/Centripetal force during giant swing ( $F_d$ ):

<http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1s%C3%ADla>

$$F_d = m * r * \omega^2 \text{ [N = kg*m/s}^2\text{]}$$



For the calculation we reduce the human body to the center of mass (CoM), where all the body mass  $m$  is concentrated. The CoM is at the distance  $r$  from the bar and it rotates with angular velocity  $\omega$ .

**What is the angular velocity of the body during giant swing?**

**Jaká je úhlová rychlost těla při veletoci?**

**Lze změřit z video záznamu sportovce**

**Odhad:**

**1 otočka za sekundu.**

**Je třeba vyjádřit v radiánech za sekundu:**

$$\omega = 2 \pi \text{ [rad/s]}$$

## **The angular velocity of the body during giant swing:**

**Can be measured from a video recording of a  
gymnast**

**Estimate:**

**1 rotation cycle per second.**

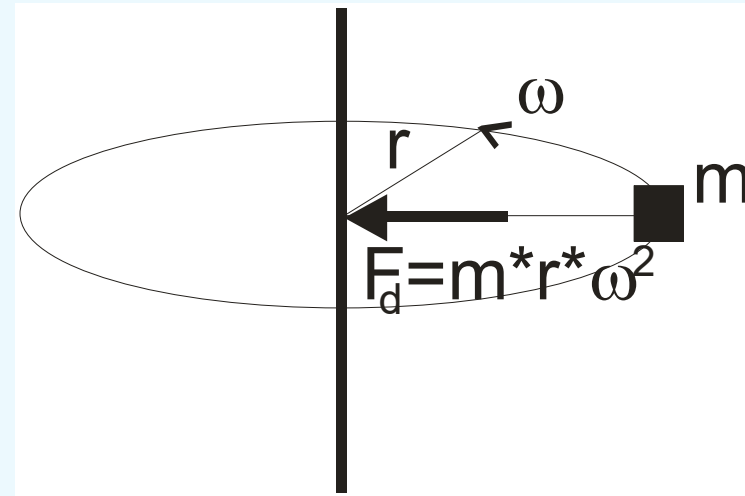
**Needs to be expressed in radians per second:**

$$\omega = 2 \pi \text{ [rad/s]}$$

## Dostředivá síla při veletoci ( $F_d$ ):

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1\\_s%C3%ADla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1_s%C3%ADla)

$$F_d = m * \overset{?}{r} * \omega^2 \quad [N = \text{kg} * \text{m/s}^2]$$



Pro výpočet redukujeme lidské tělo na těžiště, kde je koncentrována celé hmotnost těla  $m$ , které je ve vzdálenosti  $r$  od hrazdy a které se otáčí úhlovou rychlostí  $\omega$ .

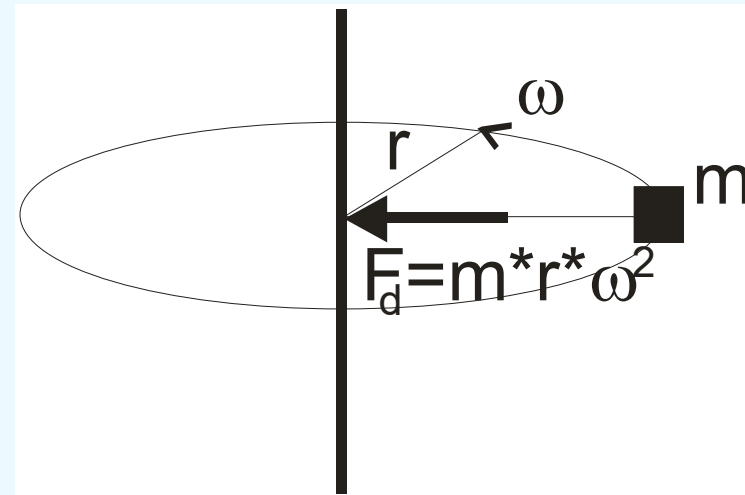
**Jaká je vzdálenost těžiště těla od hrazdy?**



# Centrifugal/Centripetal force during guant swing ( $F_d$ ):

<http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1s%C3%ADla>

$$F_d = m \cdot r \cdot \omega^2 \quad [N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2]$$



For the calculation we reduce the human body to the center of mass (CoM), where all the body mass  $m$  is concentrated. The CoM is at the distance  $r$  from the bar and it rotates with angular velocity  $\omega$ .

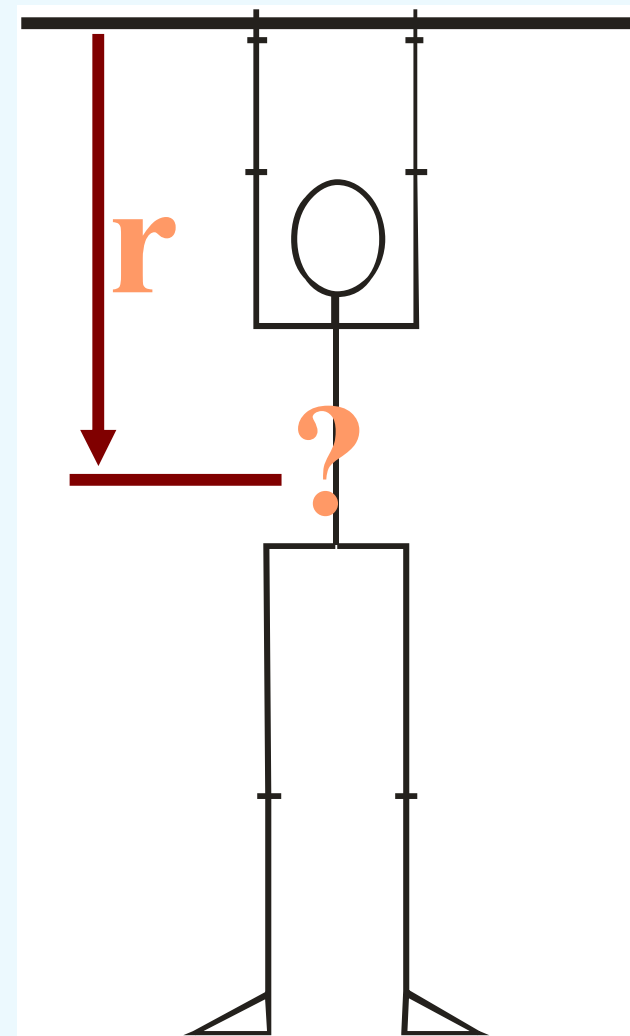
**What is the distance of body CoM from the bar?**

# Poloha segmentů ve visu

**V jaké vzdálenosti od hrazdy  $r$  je těžiště těla ?**

Lze zjistit z polohy a hmotností těžišť všech segmentů, neboť platí:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

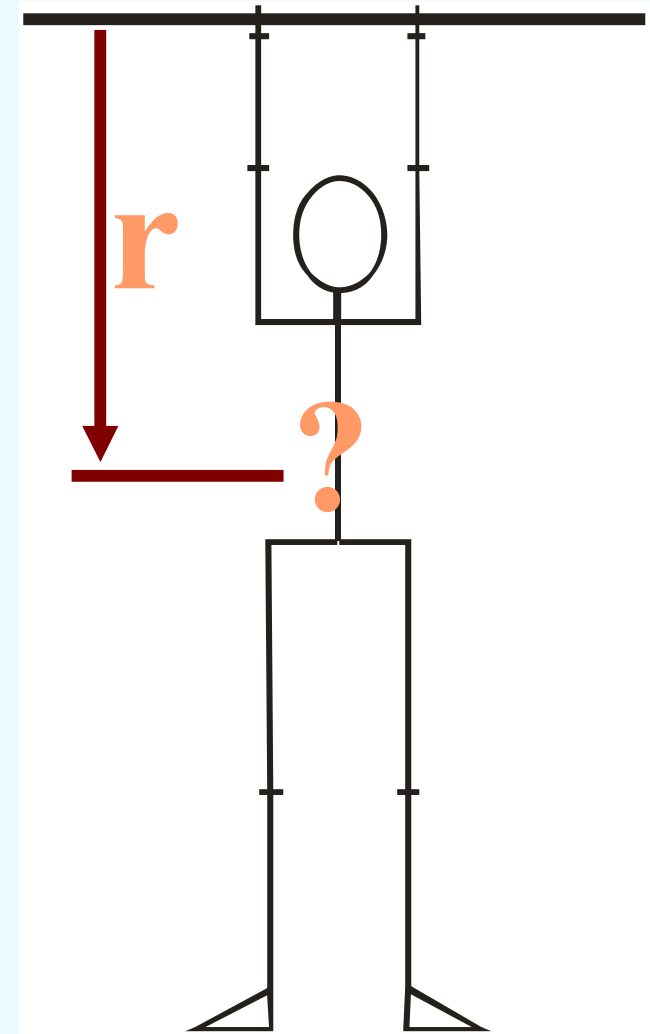


# Positions of segments in a hanging-down body

**What is the distance  $r$  of the body center of mass (CoM) from the bar ?**

Can be determined from the CoM positions of all the individual segments, because it holds:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

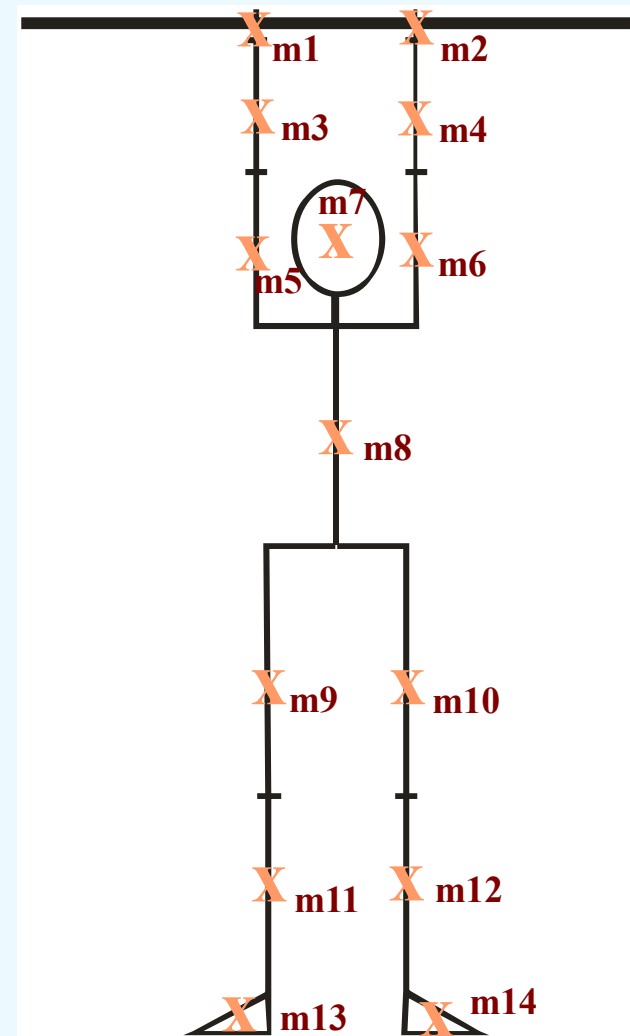


# Poloha segmentů ve visu

**V jaké vzdálenosti od hrazdy  $r$  je těžiště těla ?**

Lze zjistit z polohy a hmotností těžišť všech segmentů, neboť platí:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

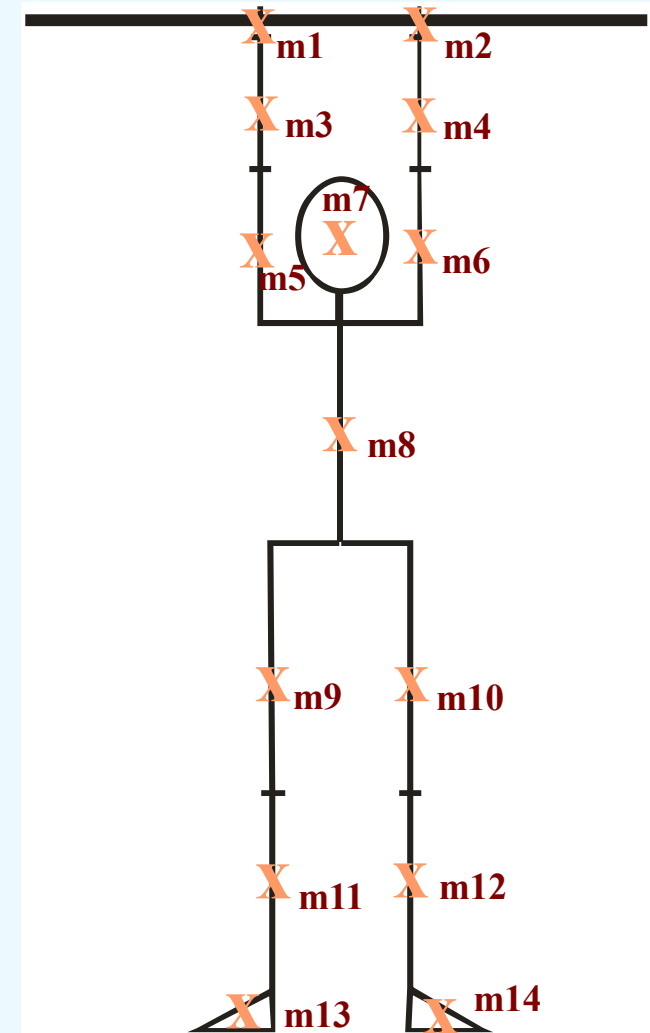


# Positions of segments in a hanging-down body

**What is the distance  $r$  of the body center of mass (CoM) from the bar ?**

Can be determined from the CoM positions of all the individual segments, because it holds:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

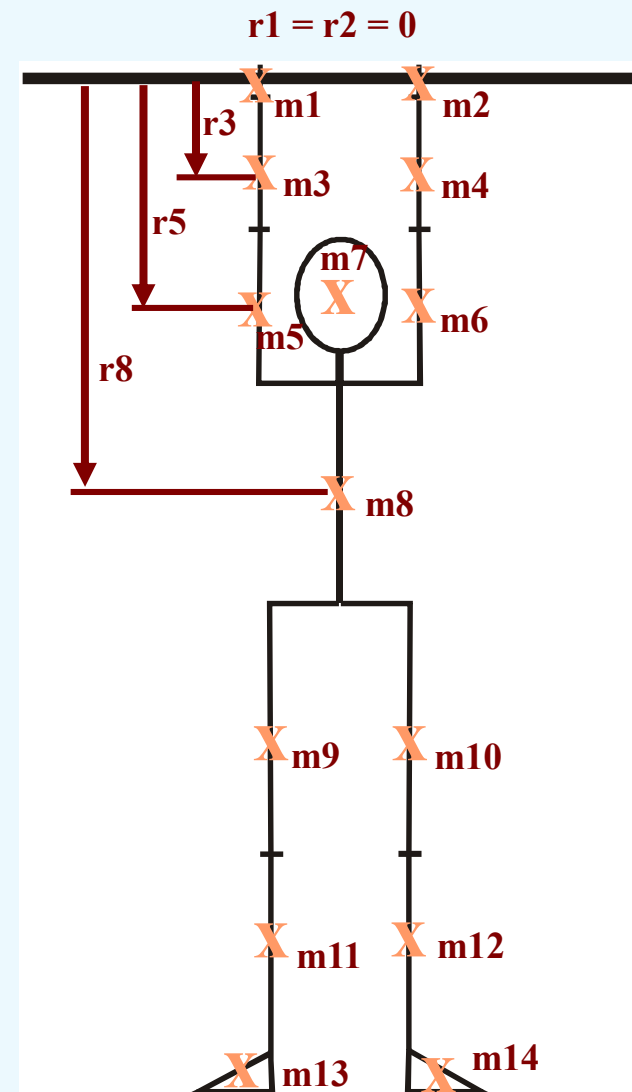


# Poloha segmentů ve visu

V jaké vzdálenosti od hrazdy  $r$  je těžiště těla ?

Lze zjistit z polohy a hmotností těžišť všech segmentů, neboť platí:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

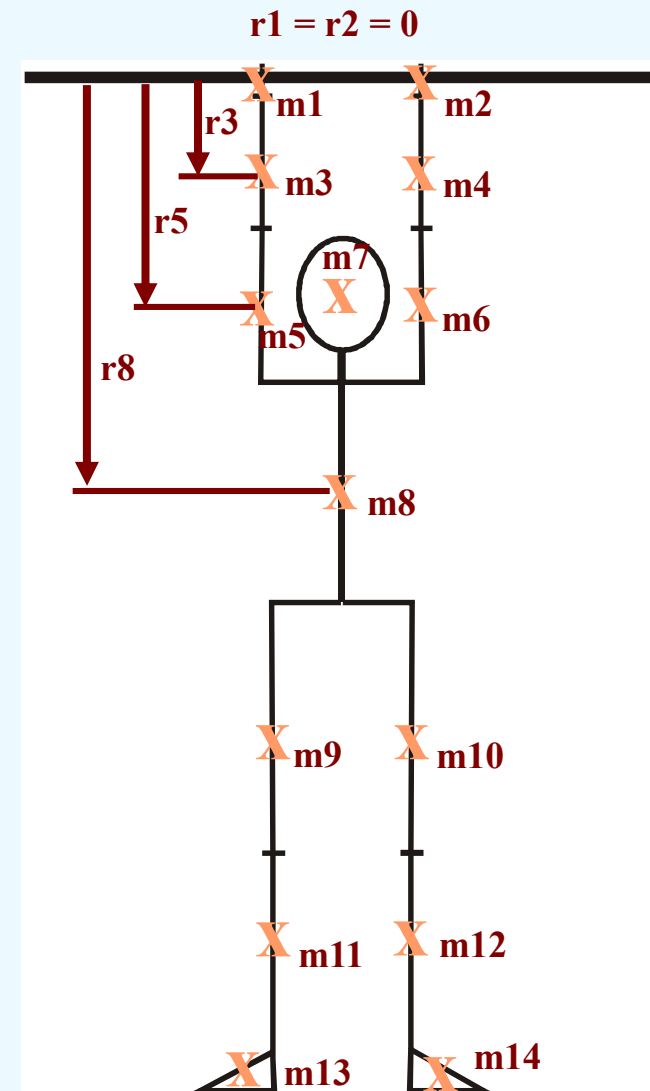


# Positions of segments in a hanging-down body

**What is the distance  $r$  of the body center of mass (CoM) from the bar ?**

Can be determined from the CoM positions of all the individual segments, because it holds:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

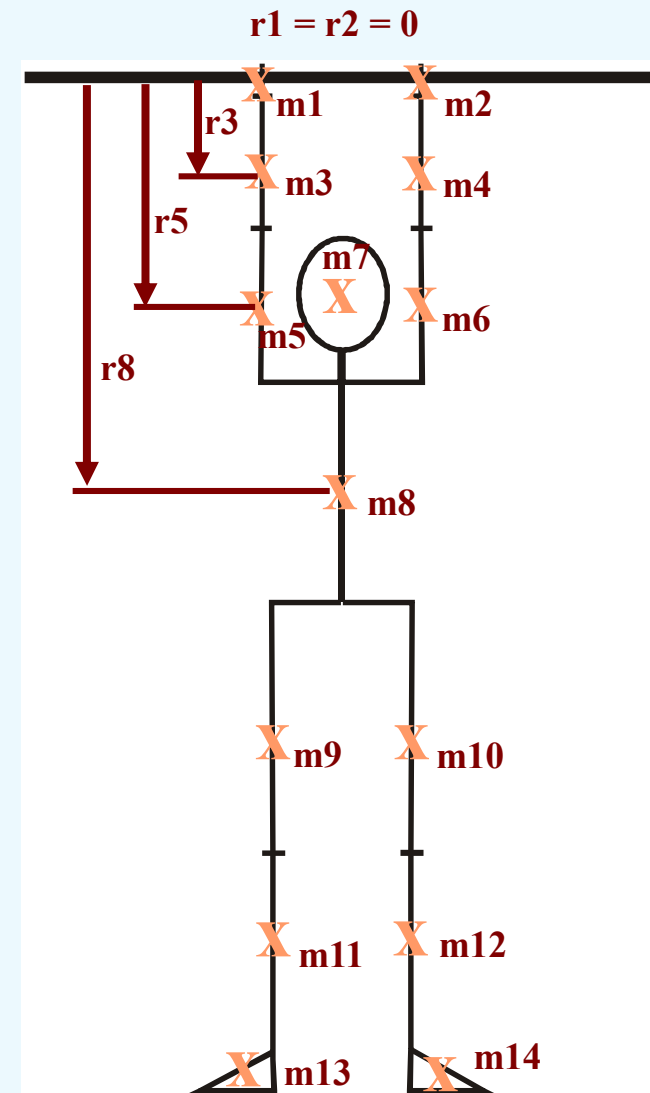


# Poloha segmentů ve visu

**Jak určíme vzdálenosti těžišť  $r_x$  pro jednotlivé segmenty těla?**

1) Určíme délku všech segmentů  $L_x$  pro specifickou výšku člověka  $H$  podle známých koeficientů (viz Winter, 1990; Janura obr. 10 – další slide)

(Případně lze změřit individuálně na svém těle)



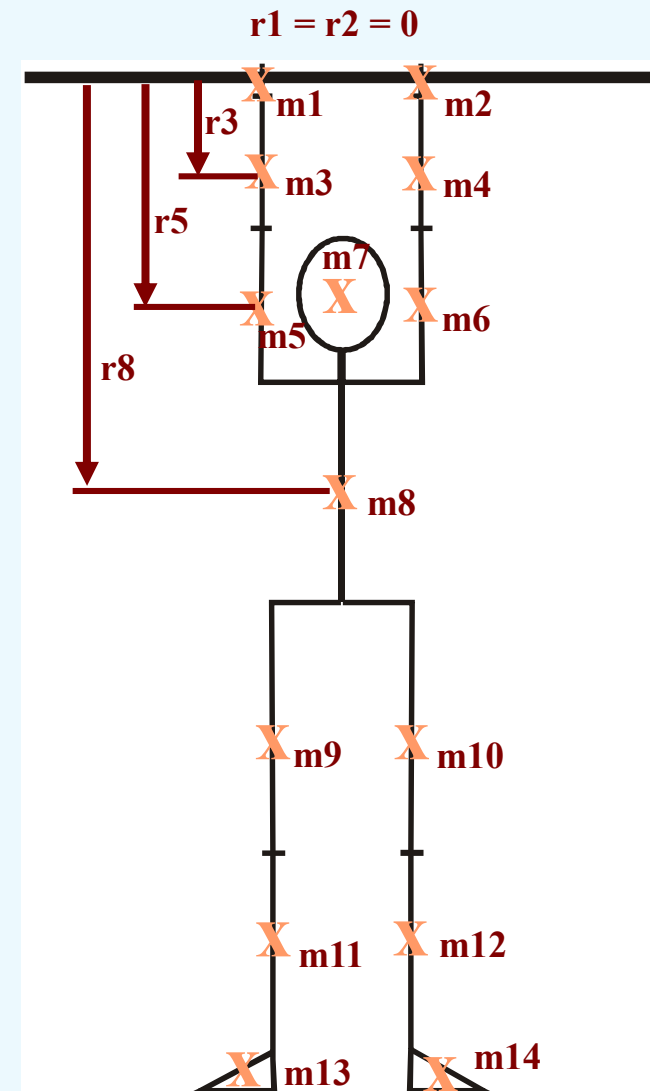


# Positions of segments in a hanging-down body

**Determining the CoM distances  $r_x$  for the individual segments:**

1) Find the lengths of all the segments  $L_x$  for the known body height  $H$  using the known coefficients (Winter, 1990; Janura Fig. 10 – next slide)

(Or, you can measure it directly on your body)

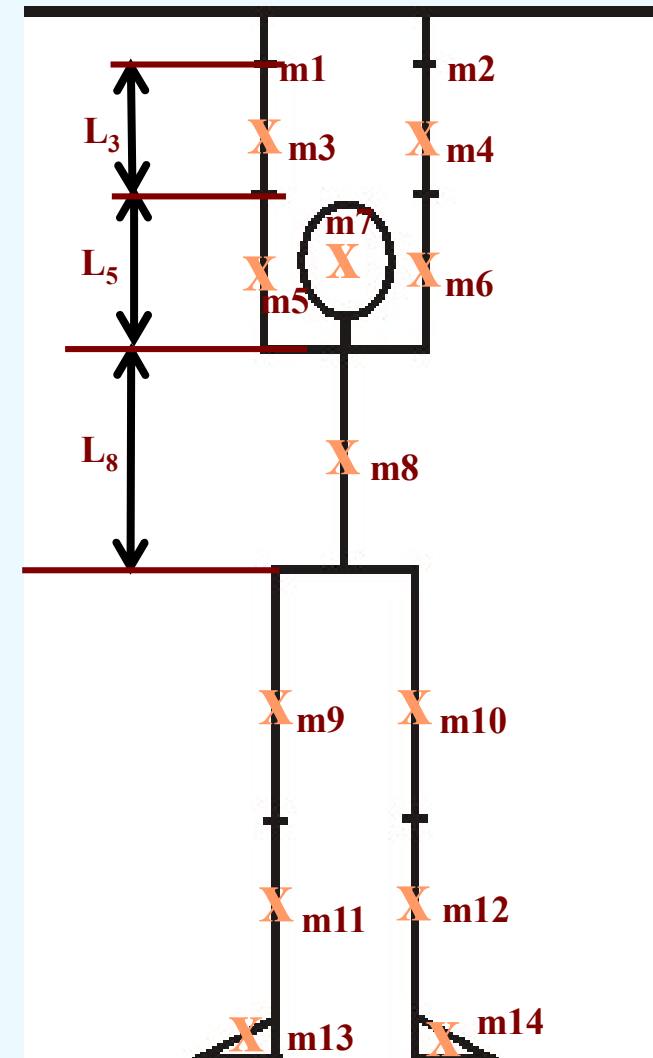


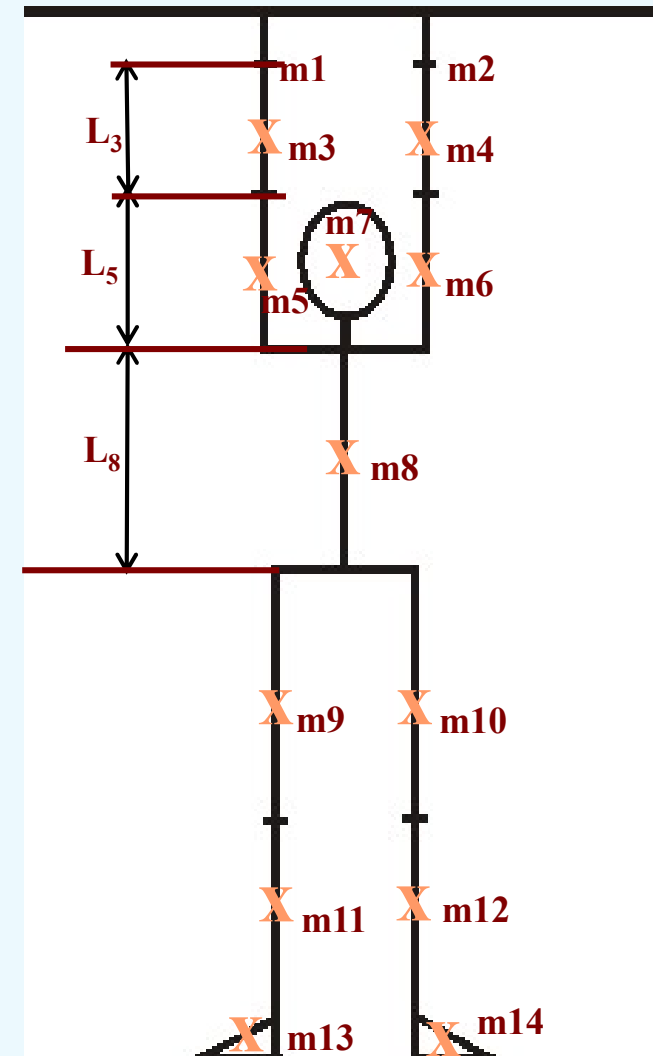
# Poloha segmentů ve visu

**Jak určíme vzdálenosti těžišť  $r_x$  pro jednotlivé segmenty těla?**

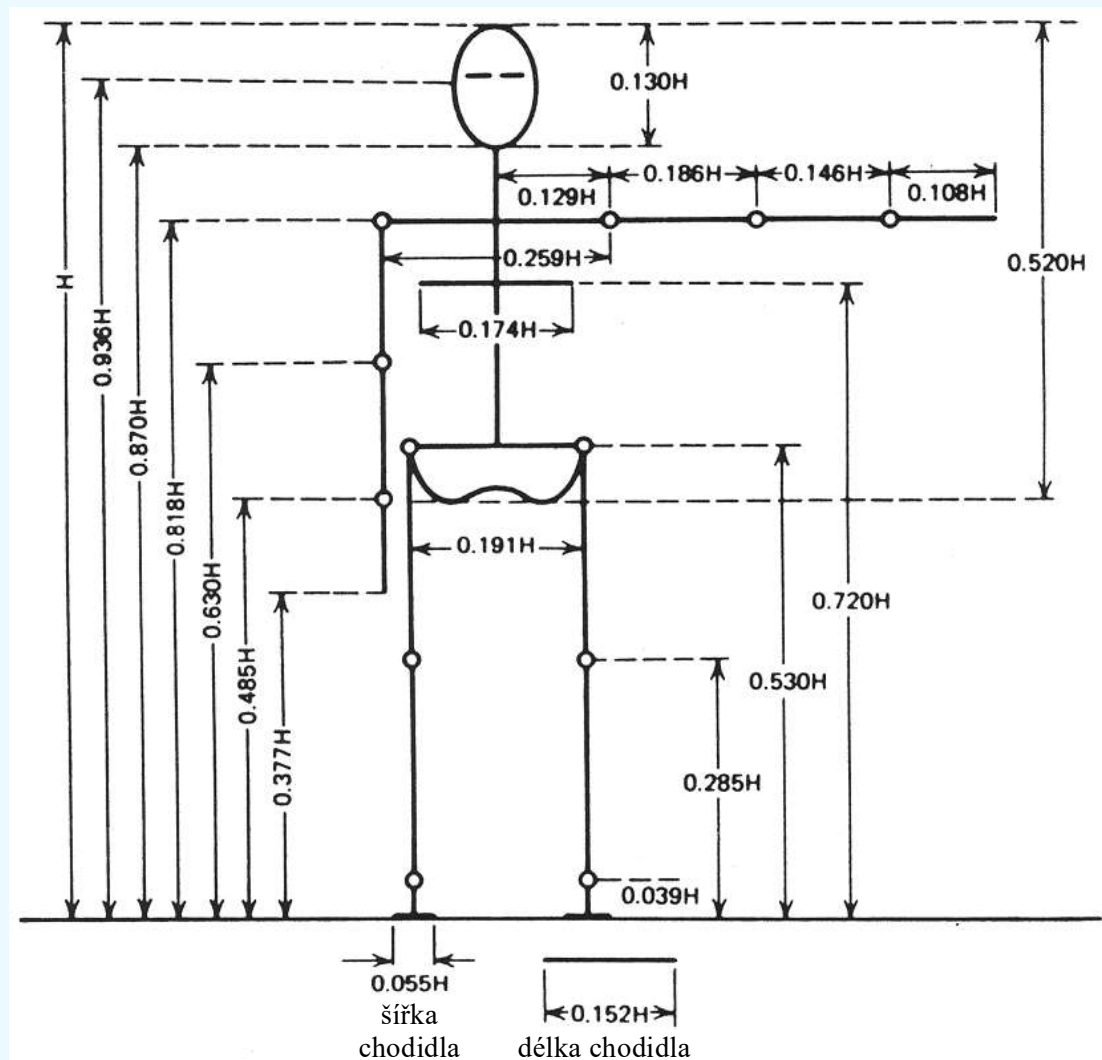
1) Určíme délku všech segmentů  $L_x$  pro specifickou výšku člověka  $H$  podle známých koeficientů (viz Winter, 1990; Janura obr. 10 – další slide)

(Případně lze změřit individuálně na svém těle)





# Rozměry segmentů – délkové charakteristiky

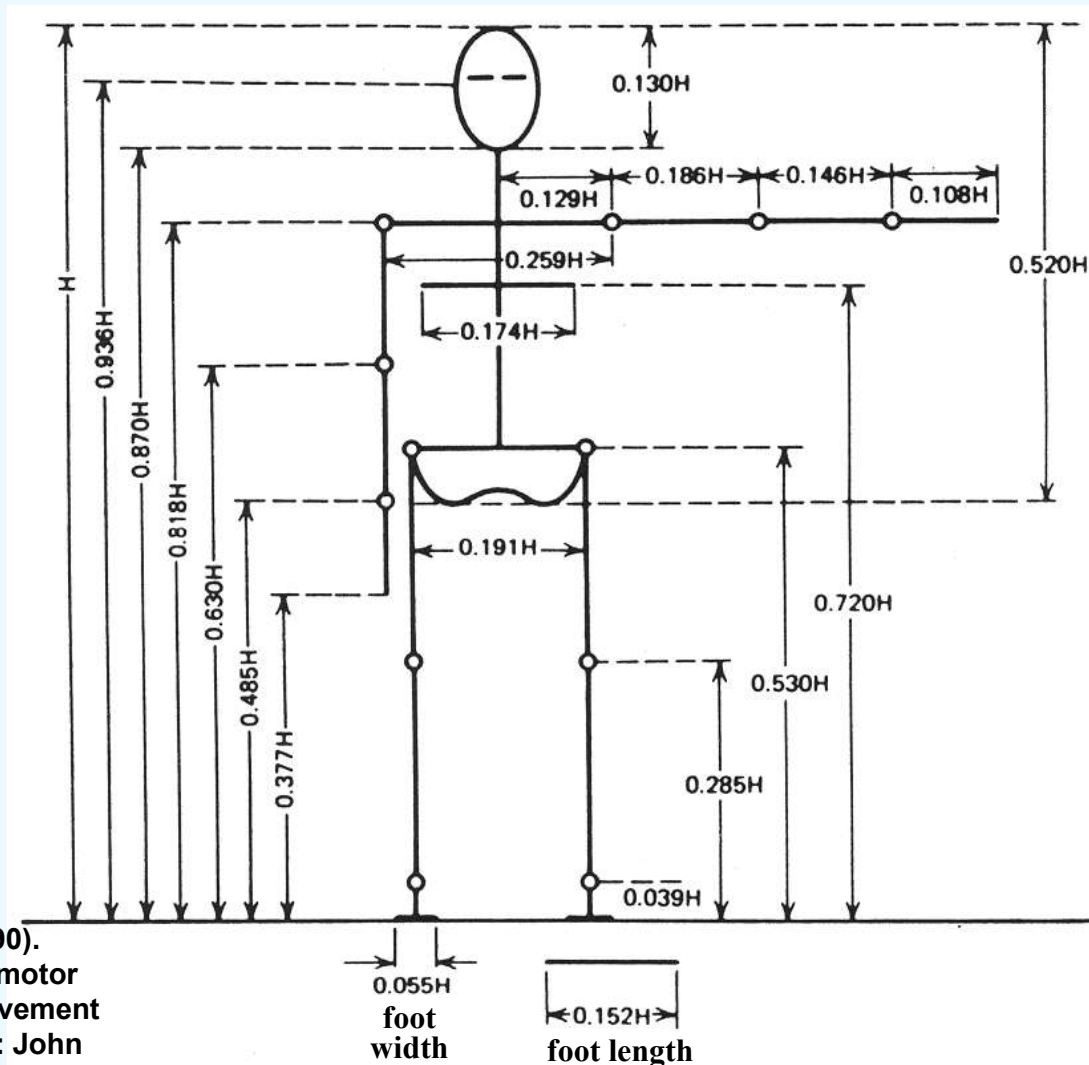


M. Janura. Úvod do biomechaniky pohybového systému člověka, Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2007.

$H$  – tělesná výška

(Winter, 1990; Janura, 2007, obr. 10)

# Size of segments – length parameters



H – body height

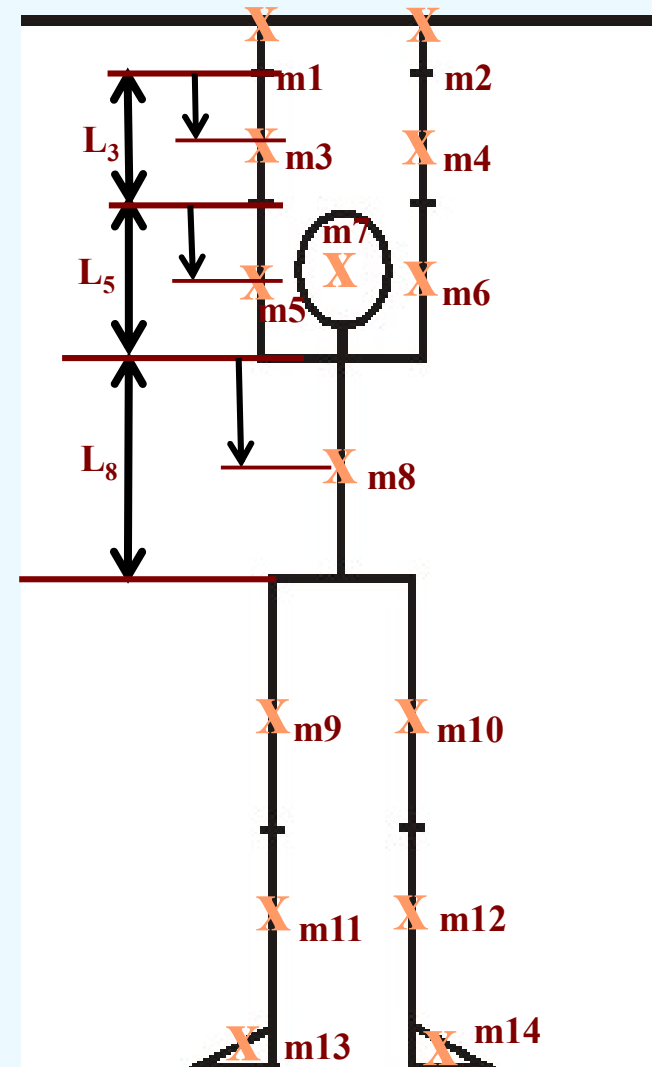
Winter, D. A. (1990).  
Biomechanics and motor  
control of human movement  
(2nd ed.). New York: John  
Wiley & Sons, Inc.

(Winter, 1990;  
Janura 2007, Fig.  
10)

# Poloha segmentů ve visu

**Jak určíme vzdálenosti  
těžišť  $r_x$  pro jednotlivé  
segmenty těla?**

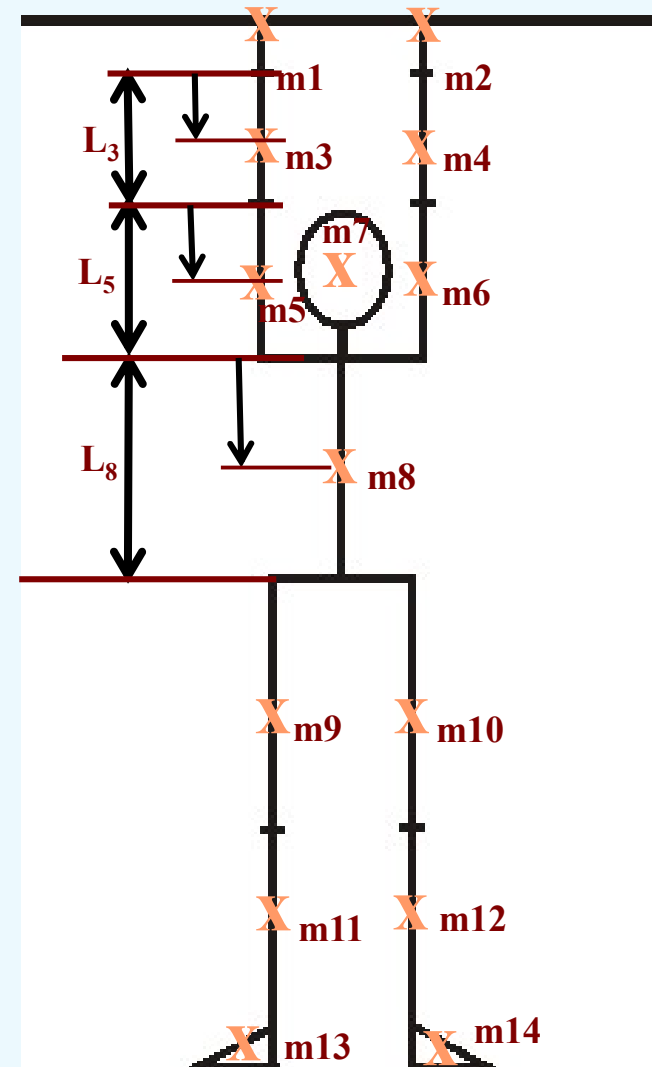
2) Zjistíme koeficienty pro  
výpočet polohy těžiště  
segmentů vůči délce  
segmentů  $L_x$  z tabulkových  
hodnot (viz Janura obr. 15  
– další slide)



# Positions of segments in a hanging-down body

**Determining the CoM distances  $r_x$  for the individual segments:**

2) We determine the coefficients for calculating the position of the CoM of the segments relative to the segment length  $L_x$  from tabulated values (see Janura, Fig. 15 – next slide).

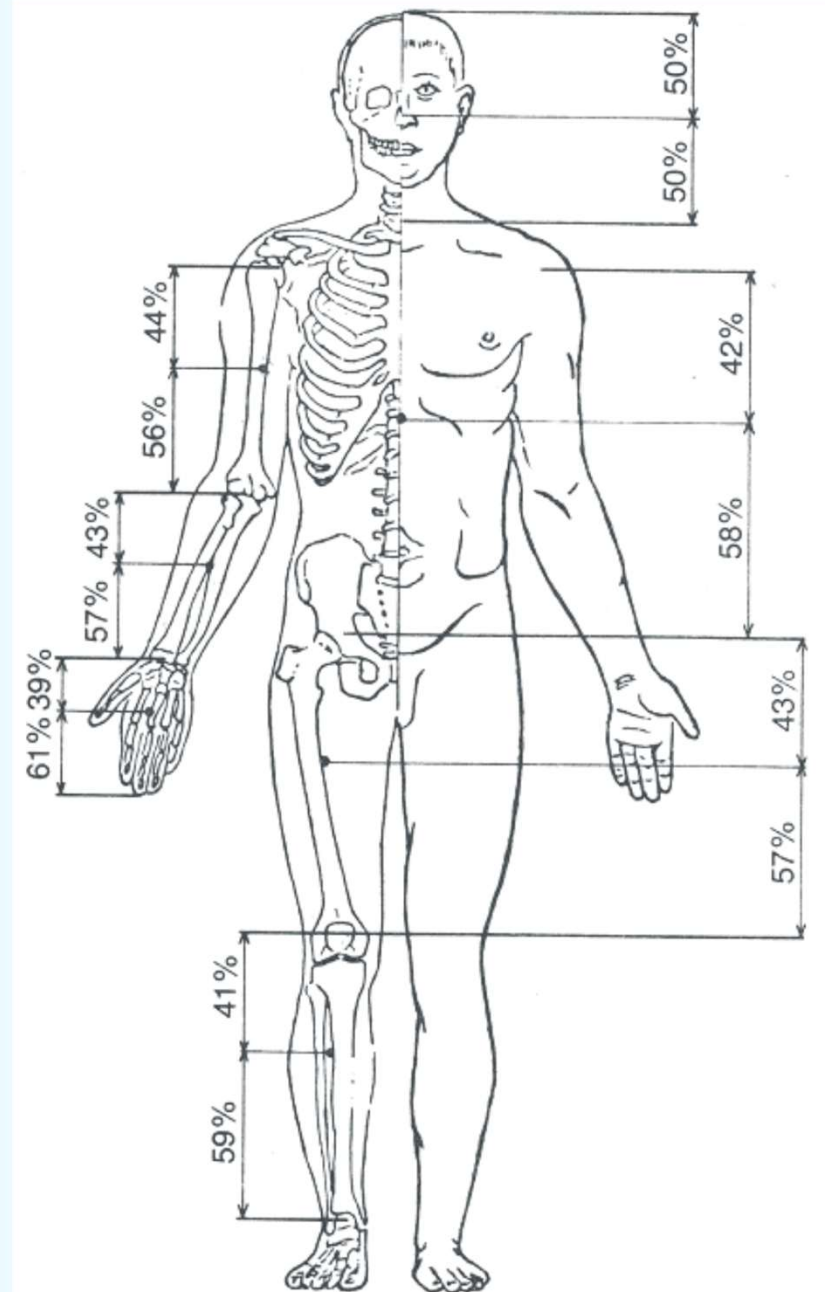


# Těžiště segmentů

M. Janura. Úvod do biomechaniky pohybového systému člověka, Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2007, obr.15.

Procentuální vyjádření polohy těžišť segmentů lidského těla podle práce Sušanka (1980) in Karas et al. (1990)

Pozn. Pro nohu lze uplatnit pravidlo že těžiště dělí segment v poměru 2:3 (menší část u proximálního konce segmentu)

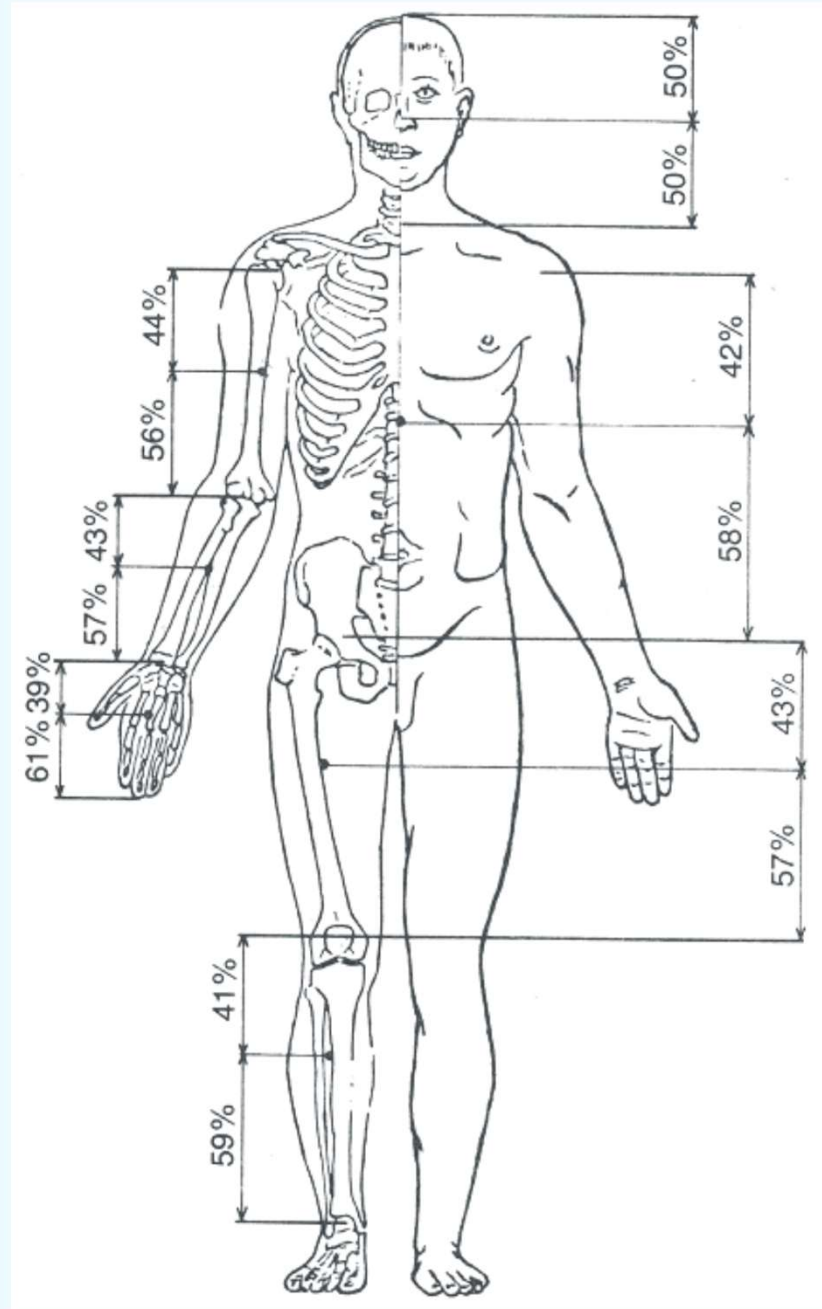




# Segmental centers of mass

**Fig. 15, Janura:** Expression of the location of COMs of human body segments in percent. After Sušanka (1980) in Karas et al. (1990) .

Note: For the foot segment, there is a rule that the CoM divides the segment with the 2:3 ratio (smaller part is at the proximal end of the segment)



# Poloha segmentů ve visu

**Jak určíme vzdálenosti těžišť  $r_x$  pro jednotlivé segmenty těla?**

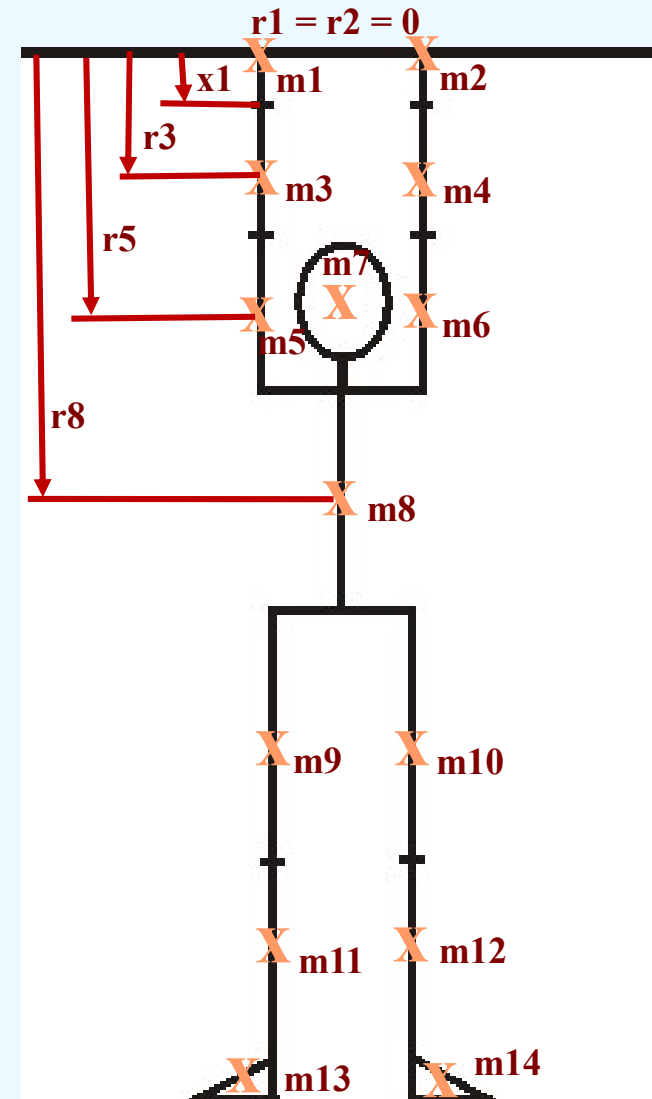
3) Z polohy těžiště vůči délce segmentu  $L_x$  a vzdáleností konců segmentů od hrazdy vypočítáme vzdálenost těžiště každého segmentu od hrazdy  $r_x$ .

Např. platí:

$$r_5 = x_1 + L_3 + 0.56 * L_5$$

$$r_8 = x_1 + L_3 + L_5 + 0.42 * L_8$$

kde  $x_1 = 0.39 * L_1$  (viz obr.15 Janura)



# Positions of segments in a hanging-down body

**Determining the CoM distances  $r_x$  for the individual segments:**

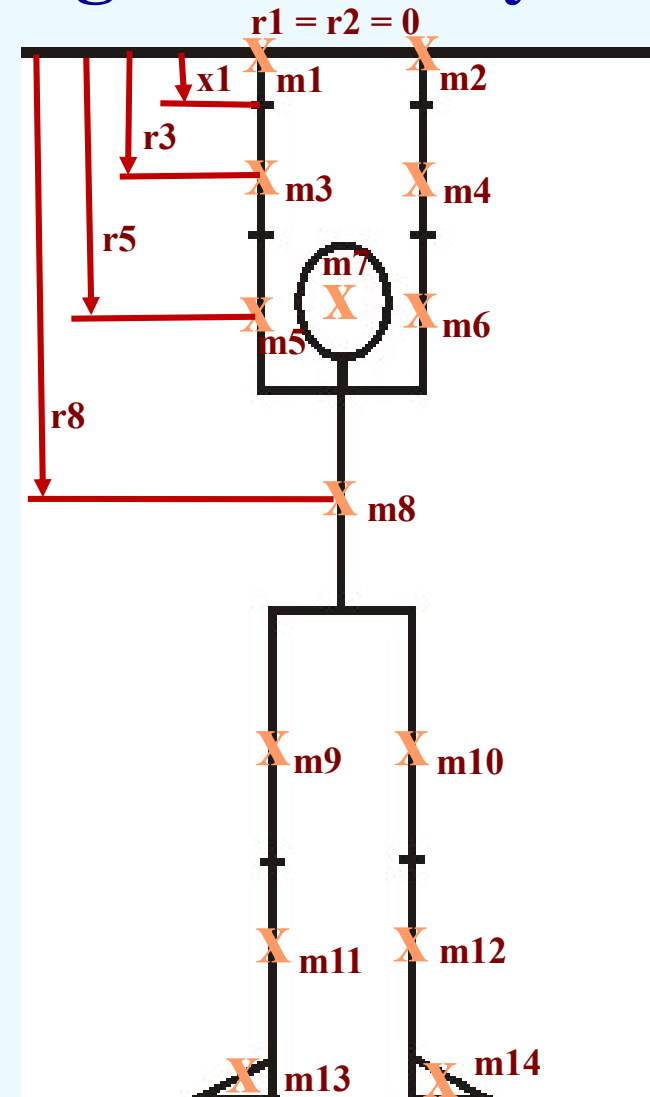
3) Calculate the distances  $r_x$  from the CoG positions and from the distances of the ends of preceding segments from the bar.

For instance:

$$r_5 = x_1 + L_3 + 0.56 * L_5$$

$$r_8 = x_1 + L_3 + L_5 + 0.42 * L_8$$

where  $x_1 = 0.39 * L_1$  (see Fig.15 Janura)



# Poloha segmentů ve visu

V jaké vzdálenosti od hrazdy  $r$  je těžiště těla ?

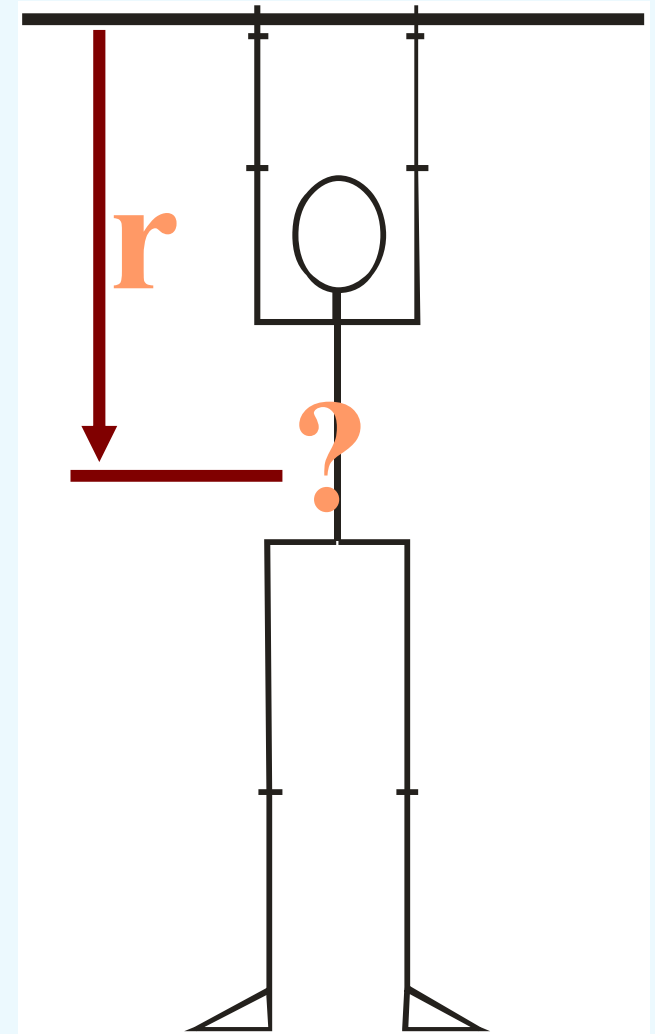
Lze zjistit z polohy a hmotností těžišť všech segmentů, neboť platí:

$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

tedy

$$r = (m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}) / m$$

**PŘIBLIŽNÝ ODHAD:  
TĚŽIŠTĚ LEHCE NAD  
PUPKEM  
cca 1 m**



# Positions of segments in a hanging-down body

**What is the body CoM distance from the bar?**

Can be determined from the CoM positions of all segments, because:

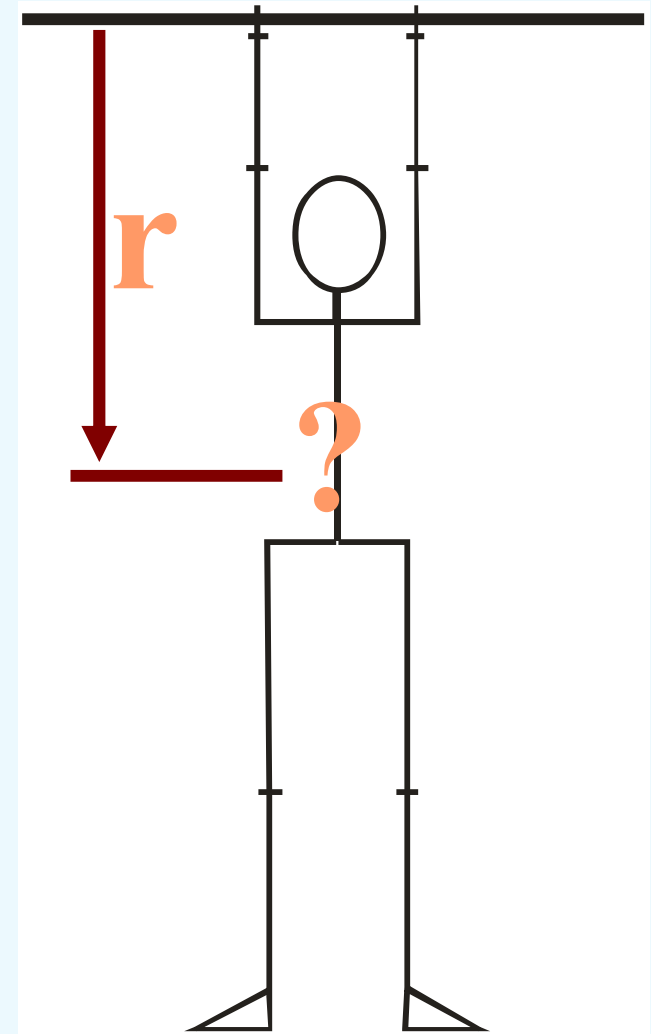
$$r \cdot m = m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}$$

thus

$$r = (m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + \dots + m_{14} \cdot r_{14}) / m$$



**ROUGH ESTIMATE:  
COM SLIGHTLY ABOVE THE  
BELLY BUTTON**

**c. 1 m**




# Těžiště těla/ CoM calculation

[http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie\\_teziste\\_vypocet.php](http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpbk/kompendium/biomechanika/geometrie_teziste_vypocet.php)

**Patobiomechanika a Patokinesiologie**  
**KOMPENDIUM**

Biomechanika / Geometrie lidského těla / Těžiště lidského těla / Výpočet celkového těžiště těla - rovinná situace

- ÚVOD
- VYHLEDÁVÁNÍ
- MAPA SERVERU

**OBORY**

- BIOMECHANIKA
  - ZÁKLADY
  - GEOMETRIE LIDSKÉHO TĚLA
    - SEGMENTÁRNÍ STRUKTURA TĚLA
    - GEOMETRIE HMOTNOSTÍ
    - TĚŽIŠTĚ
      - **VÝPOČET**
      - VÝUKOVÝ PŘÍKLAD
    - MOMENT SETRVAČNOSTI
  - KINEMATIKA
  - DYNAMIKA
  - ENERGETICKÝ ASPEKT
  - MECHANICKÉ VLASTNOSTI TKÁNÍ
  - POHYBOVÝ SYSTÉM
  - EXPERIMENTÁLNÍ BIOMECHANIKA
- KINEZILOGIE
- ANATOMIE

## Výpočet celkového těžiště těla - rovinná situace

Základní výuku mechaniky nabízí [tyto webové stránky](#)  
Neznáte-li přesně charakteristiku nějaké mechanické veličiny, můžete použít (anglický) [slovník](#).

K řešení této úlohy potřebujete znát obě souřadnice dílčích těžišť všech segmentů, tj. doporučuje se nakreslit obrázek, do kterého zakreslíte dílčí těžiště - viz [ilustrační obrázek](#). Po zadání všech souřadnic se provede výpočet souřadnic celkového těžiště dle [uvedených vzorců](#).

Zadejte hmotnost (kg):  $m =$

Zadejte výšku (cm):  $v =$

Segment	X-ová souřadnice segmentu	Y-ová souřadnice segmentu
Hlava	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Ruka-levá	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Ruka-pravá	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Předlokti-levé	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Předlokti-pravé	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Nadlokti-levé	<input type="text"/>	<input type="text"/>

## Odstředivá síla při veletochi ( $F_d$ ):

[http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1\\_s%C3%ADla](http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1_s%C3%ADla)

$$\begin{aligned} F_d &= m * r * \omega^2 = \\ &= 70 \text{ kg} * 1 \text{ m} * (2 \text{ pi})^2 = \\ &\sim 2763 \text{ N} \end{aligned}$$

## Centrifugal force during giant swing ( $F_d$ ):

<http://cs.wikipedia.org/wiki/Dost%C5%99ediv%C3%A1s%C3%ADla>

$$\begin{aligned} F_d &= m * r * \omega^2 = \\ &= 70 \text{ kg} * 1 \text{ m} * (2 \text{ pi})^2 = \\ &\sim 2763 \text{ N} \end{aligned}$$



## **Rozbor:**

**Kterým externím silám musí gymnasta odolat?**

**1) Gravitační síla – tíha těla ( $G$ )**

**2) Odstředivá síla těla při veletoci ( $F_d$ )**

**Tyto 2 síly se sčítají při poloze těla vertikálně pod hrazdou – t.j. dohromady největší síla, které musí gymnasta čelit je:**

$$F = G + F_d$$

## **Analysis:**

**Which external forces should the gymnast withstand?**

- 1) Gravitational force – body weight (G)**
- 2) Centrifugal force during the grand circle ( $F_d$ )**

**These 2 forces sum up when the body is hanging vertically below the bar – i.e. the largest force to withstand by the gymnast is, together:**

$$\mathbf{F = G + F_d}$$

# **Maximální síla při veletochi:**

**(hrubý odhad)**

$$\mathbf{F = G + F_d}$$

$$\sim \mathbf{700 + 2800}$$

$$\mathbf{= 3500\ N}$$

# **Maximal force during a giant swing:**

(rough estimate)

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{F}_d$$

$$\sim 700 + 2800$$

$$= 3500 \text{ N}$$

## **Seznam literatury/ Literature list:**

Janura, M. (2007). Úvod do biomechaniky pohybového systému člověka. Olomouc: Univerzita Palackého.

Karas, V., Otáhal, S., & Sušanka, P. (1990). Biomechanika tělesných cvičení. Praha: SPN.

Winter, D. A. (1990). Biomechanics and motor control of human movement (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.